Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA
☎: 098 373 4349

Trường THPT ....

Họ và tên học sinh: ....

Lớp:... STT: ....

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 11 - NH 17-18

Chủ đề 3
DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG
CẤP SỐ NHÂN

- *Tóm tắt lý thuyết*
- *Các dạng toán thường gặp*
- *Phương pháp giải toán*
- *Toán mẫu*
- *Bài tập cơ bản*
- *Bài tập nâng cao*
- *Bài tập tổng ôn*
- *Bài tập trắc nghiệm - Đáp án*

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC
DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

Vấn đề 1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

*Để chứng minh những mệnh đề liên quan đến số tự nhiên $n \in \mathbb{N}^*$ là đúng với mọi n mà **không thể thử trực tiếp được**, ta có thể dùng phương pháp quy nạp toán học (hay gọi tắc là **phương pháp quy nạp**) như sau:*

- ***Bước 1**: Kiểm tra rằng mệnh đề đúng với $n = 1$.*
- ***Bước 2**: Giả sử mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$ bất kì (gọi là giả thiết quy nạp)*
- ***Bước 3**: Chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.*

❖ ***Các kiến thức cần nhớ:***

* ***Cách viết số tự nhiên:***

- *Các số tự nhiên liên tiếp:* $n; n+1; n+2; \ldots$
- *Các số tự nhiên chẵn liên tiếp:* $2n; 2n+2; 2n+4; \ldots$
- *Các số tự nhiên lẻ liên tiếp:* $2n+1; 2n+3; 2n+5; \ldots$

* ***Tính chất chia hết:***

- *Các số chẵn thì chia hết cho 2.*
- *Các số tận cùng bằng 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5.*
- *Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.*
- *Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.*
- *Số tạo bởi hai chữ số tận cùng chia hết cho 4 thì chia hết cho 4.*
- *Số tạo bởi hai chữ số tận cùng chia hết cho 25 thì chia hết cho 25.*
- *Số tạo bởi 3 chữ số tận cùng chia hết cho 8 thì chia hết cho 8.*
- *Số tạo bởi 3 chữ số tận cùng chia hết cho 125 thì chia hết cho 125.*
- *Một số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 3 thì chia hết cho 6.*
- *Tích của hai số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 2.*
- *Tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 2, 3 và 6.*
- *Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho* $2,3,4,6,8$.

* ***Tính chất lũy thừa:***

- $a^m.a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(ab)^n = a^n.b^n$
- $(a^m)^n = a^{m.n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

****Phân tích đa thức $ax^2 + bx + c$ thành nhân tử:***

Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Dạng 1. Chứng minh đẳng thức bằng phương pháp quy nạp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Nắm rõ nguyên lý quy nạp gồm ba bước trong phần tóm tắt lý thuyết*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Chứng minh rằng $2^2+4^2+8^2+...+(2n)^2=\dfrac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$, với. $n\in\mathbb{N}^*$.

Ví dụ 2. Chứng minh rằng $2+5+8+...+(3n-1)=\dfrac{n(3n+1)}{2}$, với $n\in\mathbb{N}^*$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Chứng minh rằng: Với mọi $n\in\mathbb{N}^*$:

a) $1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

b) $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

c) $2+4+6+...+2n=n(n+1)$

d) $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$

e) $1+4+7+...+(3n-2)=\dfrac{n(3n-1)}{2}$

f) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^3}+...+\dfrac{1}{3^n}=\dfrac{2n+3}{4.3^n}$

g) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+...+\dfrac{1}{2^n}=\dfrac{2^n-1}{2^n}$

h) $3+9+27+...+3^n=\dfrac{1}{2}\left(3^{n+1}-3\right)$

i) $1-2+3-4+\ldots-2n+(2n+1)=n+1$.

j) $2+5+8+...+(3n-1)=\dfrac{n(3n+1)}{2}$

k) $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

l) $\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+...+\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{n}{n+1}$

n) $1.4+2.7+...+n(3n-1)=n(n+1)^2$

p) $2^2+4^2+6^2+...+(2n)^2=\dfrac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

q) $1^2+3^2+5^2+...+(2n-1)^2=\dfrac{n(4n^2-1)}{3}$

r) $1+3+6+10+...+\dfrac{n(n+1)}{2}=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$

s) $1.2+2.5+3.8+\ldots+n(3n-1)=n^2(n+1)$

m) $\dfrac{1}{1.2.3}+\dfrac{1}{2.3.4}+...+\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=\dfrac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

o) $1.2+2.3+3.4+...+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ với $n\ge 2$.

Bài 2. Chứng minh rằng số đường chéo của một đa giác lồi n cạnh là $\dfrac{n(n-3)}{2}$.

Bài 3. Cho tổng $S_n=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+\dfrac{1}{5.7}+...+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$, với $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Tính S_1, S_2, S_3, S_4.

b) Hãy dự đoán công thức tính S_n và chứng minh bằng quy nạp.

Bài 4. Cho tổng $S_n=\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.5}+...+\dfrac{1}{n(n+1)}$, với $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Tính S_1, S_2, S_3, S_4.

b) Hãy dự đoán công thức tính S_n và chứng minh bằng quy nạp.

Bài 5. Cho $S_n=\dfrac{1}{1.5}+\dfrac{1}{5.9}+\dfrac{1}{9.13}+...+\dfrac{1}{(4n-1)(4n+1)}$, với $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Tính S_1, S_2, S_3, S_4.

b) Hãy dự đoán công thức tính S_n và chứng minh bằng quy nạp.

Dạng 2. Chứng minh các bài toán chia hết bằng phương pháp quy nạp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Nắm rõ nguyên lý quy nạp trong phần tóm tắt lý thuyết*
- *Nắm rõ kiến thức về chi hết*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 3. Chứng minh rằng: $u_n = 4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9, với $n \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 4. Chứng minh rằng: $13^n - 1$ chia hết cho 12.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 6. Chứng minh rằng: Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $n^5 - n \vdots 5$ b) $n^7 - n \vdots 7$ c) $13^n - 1 \vdots 6$ d) $n^3 + 2n \vdots 3$

e) $3^n + 2n - 1 \vdots 4$ f) $3^{2n} - 1 \vdots 8$ g) $3^{2n-1} + 2^{n+1} \vdots 7$ h) $4.3^{2n+2} + 32n - 36 \vdots 64$

Dạng 3. [NC] Chứng minh các bài toán bất đẳng thức bằng phương pháp quy nạp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Nắm rõ nguyên lý quy nạp trong phần tóm tắt lý thuyết*
- *Lưu ý: Nguyên lý quy nạp toán học, áp dụng vào bất đẳng thức phụ thuộc vào số tự nhiên n:*
  - *Nếu bất đẳng thức được kiểm tra đúng với số tự nhiên n_0.*
  - *Giả thiết rằng bất đẳng thức đúng khi $n=k\ge n_0$, từ đó là chứng minh được rằng bất đẳng thức đúng khi $n=k+1$. Thế thì bất đẳng thúc đúng cho mọi số tự nhiên $n\ge n_0$.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 5. Chứng minh rằng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$, ta có

a) $2^n>2n+1$ với $n\ge 3$.

b) $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 7. Chứng minh rằng: Với mọi $n\in\mathbb{N}^*$:

a) $2^n\ge 2n+1$ với $n\ge 3$

b) $2^n>n^2$ với $n\ge 5$

c) $n^n\ge (n+1)^{n-1}$

d) $n!>2^{n-1}$ với $n\ge 3$

e) $3^n>n^2+4n+5$ với $n\ge 3$

f) $2^{n+2}>2n+5$

g) $\sin^{2n}\alpha+\cos^{2n}\alpha\le 1$

h) $3^{n-1}>n(n+2)$ với $n\ge 4$

i) $2^{n-3}>3n-1$ với $n\ge 8$

j) $3^n>3n+1$ với $n\ge 2$.

Bài 8. Chứng minh rằng với mọi $n\in\mathbb{N}^*$, ta có

a) $1+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{n^2}<2-\frac{1}{n}$ với $n\ge 2$.

b) $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}\cdots\frac{2n-1}{2n}<\frac{1}{\sqrt{2n+1}}$.

Bài 9. CMR: $\frac{a^n+b^n}{2}\ge\left(\frac{a+b}{2}\right)^n$, trong đó $a,b>0$ và $n\in\mathbb{N}^*$.

Bài 10. CMR nếu ΔABC vuông tại A, có số đo các cạnh là a, b, c thì với mọi số tự nhiên $n\ge 2$, ta có bất đẳng thức: $b^n+c^n\le a^n$.

Bài 11. Với giá trị nào của số nguyên dương n, ta có:

a) $2^{n+1}>n^2+3n$

b) $2^n>2n+1$

c) $2^n>n^2+4n+5$

d) $3^n>2^n+7n$?

Bài 12. Cho n số thực $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n$ thỏa $-1<a_i\le 0$ với $i=\overline{1,n}$.

Bài 13. Chứng minh rằng: $\forall n\in\mathbb{N}^*$ ta có: $(1+a_1)(1+a_2)\ldots(1+a_n)\ge 1+a_1+a_2+\ldots+a_n$.

Bài 14. CMR với các số thực $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n$, $(n\in\mathbb{N}^*)$, ta có: $|a_1+a_2+\ldots+a_n|\le|a_1|+|a_2|+...+|a_n|$.

Vấn đề 2. DÃY SỐ

① **Định nghĩa**:

Định nghĩa 1. *Một hàm số u được xác định trên tập* $\mathbb{N}^*$ *các số nguyên dương được gọi là một* ***dãy số vô hạn*** *(hay còn gọi tắt là* ***dãy số****).*

Kí hiệu: (u_n) *hay ở dạng khai triển* $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$

② **Cách cho một dãy số**:

Cách 1. Dãy số xác định bởi một công thức cho số hạng tổng quát u_n.

Cách 2. Dãy số xác định bởi một công thức truy hồi (hay còn nói cho dãy số bằng quy nạp), tức là:

- *Trước tiên, cho số hạng đầu (hoặc vài số hạng đầu).*
- *Cho công thức biểu thị số hạng thứ n qua số hạng (hay vài số hạng) đứng trước nó.*

Cách 3. Dãy số xác định bởi một mệnh đề mô tả các số hạng liên tiếp của nó.

③ **Dãy số tăng, dãy số giảm**:

Định nghĩa 2.

a. Dãy số (u_n) *được gọi là dãy số tăng nếu* $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n < u_{n+1}$.

b. Dãy số (u_n) *được gọi là dãy số giảm nếu* $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n > u_{n+1}$.

Vậy, ta thấy:

- *Với dãy* (u_n) *tăng, ta có:* $u_1 < u_2 < u_3 < \ldots < u_n < \ldots$
- *Với dãy* (u_n) *giảm, ta có:* $u_1 > u_2 > u_3 > \ldots > u_n > \ldots$

④ **Dãy số bị chặn**:

Định nghĩa 3.

a. Dãy số (u_n) *được gọi là bị chặn trên nếu* $\exists M \in \mathbb{R}:\ u_n \le M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

b. Dãy số (u_n) *được gọi là bị chặn dưới nếu* $\exists m \in \mathbb{R}:\ u_n \ge m$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

c. Dãy số (u_n) *được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới tức là:*

$$\exists m, M \in \mathbb{R}:\ m \le u_n \le M,\ \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dạng 1. Mở đầu về dãy số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Với giả thiết cho dãy số (u_n) *dưới dạng công thức tổng quát hoặc biểu thức truy hồi và câu hỏi thường gặp là:*

a. Hãy viết k số hạng đầu của dãy số hoặc tìm u_k. *Câu hỏi này được thực hiện bằng cách thế.*

b. Xác định xem a là số hạng thứ mấy của dãy số. Câu hỏi này được thực hiện bằng việc giải phương trình ẩn $n: u_n = a$.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 6. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{(-1)^n + 1}{n}$.

a) Tìm u_9, u_{12}, u_{2n}, u_{2n+1}.

b) Tìm xem 0 là số hạng thứ mấy của dãy số ?

....

....

....

....

....

Ví dụ 7. Tìm số hạng thứ 3 và số hạng thứ 5 của mỗi dãy sau:

a) Dãy số (u_m) xác định bởi: $u_1 = 0$ và $u_n = \dfrac{2}{u_{n-1}^2 + 1}$ với $n \ge 2$.

b) Dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 1,\ u_2 = 2$ và $u_n = u_{n-1} - 2u_{n-2}$ với $n \ge 3$.

c) Dãy số (v_n) xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 2$ với $n \in \mathbb{N}^*$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 15. Viết 5 số hạng đầu của mỗi dãy số (u_n), biết

a) $u_n = \dfrac{n}{2^n - 1}$ b) $u_n = \dfrac{2^n - 1}{2^n + 1}$ c) $u_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n$ d) $u_n = \dfrac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

e) $u_n = \dfrac{2n^2 - 3}{n}$ f) $u_n = \sin^2\dfrac{n\pi}{4} + \cos\dfrac{2n\pi}{3}$ g) $u_n = (-1)^n\sqrt{4^n}$

Bài 16. Hãy viết ba số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi

a) $u_n = \dfrac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$ b) $u_n = \dfrac{n + (-1)^n}{2n + 1}$ c) $u_n = n + \cos^2 n$ d) $u_n = \dfrac{(n+1)!}{2^n}$.

Bài 17. Hãy viết bốn số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi

a) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. b) $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n^2 + 1} \end{cases}$. c) $\begin{cases} u_1 = 15,\ u_2 = 9 \\ u_{n+2} = u_n - u_{n+1} \end{cases}$. d) $\begin{cases} u_1 = 1,\ u_2 = -2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$.

Dạng 2. Xác định công thức của dãy số (u_n)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cách 1: *Sử dụng biến đổi đại số để thu gọn và đơn giản biểu thức của* u_n.
Cách 2: *Sử dụng phương pháp quy nạp bằng việc thực hiện theo các bước:*
Bước 1. Viết một vài số hạng đầu của dãy, từ đó dự đoán công thức cho u_n.
Bước 2. Chứng minh công thức dự đoán bằng pp quy nạp.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 8. Cho dãy số (u_n), với $u_1 = -1$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với $n \geq 2$.
a) Viết 5 số hạng đầu của dãy. b) Tìm công thức tổng quát của dãy.

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 9. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2017$ và $u_{n+1} = u_n + 2018$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm u_n.

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 10. [NC] Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$ và dãy số (v_n) xác định bởi: $v_1 = u_1$, $v_{n+1} = v_n + u_{n+1}$. Xác định công thức của v_n theo n.

....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 18. Cho dãy số (u_n), biết: $u_1 = 1$ và $u_n = 2u_{n-1} + 3$ với $n \geq 2$.

Chứng minh bằng phương pháp quy nạp: $u_n = 2^{n+1} - 3$.

Bài 19. Cho dãy số (u_n), biết: $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$ với $n \geq 1$.

a) Viết 5 số hạng đầu của dãy số.

b) Dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n và chứng minh công thức đó bằng quy nạp.

Bài 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = u_n + 5$ với mọi $n \geq 1$.

a) Hãy tính u_2, u_4 và u_6. b) Chứng minh rằng $u_n = 5n - 2$ với mọi $n \geq 1$.

Bài 21. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n^2 + 1}$ với mọi $n \geq 1$.

Bài 22. a) Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{3} \\ u_{n+1} = 4u_n + 7 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Chứng minh rằng $u_n = \dfrac{2^{2n+1} - 7}{3}$ với $n \geq 1$.

b) Cho dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2n - 1 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Chứng minh rằng $u_n = 3^n - n$ với $n \geq 1$.

Bài 23. Hãy viết bốn số hạng đầu của dãy số (u_n), dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n và chứng minh công thức đó bằng qui nạp

a) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_1 = \dfrac{5}{4} \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2} \end{cases}$

Bài 24. Cho dãy số (s_n) với $s_n = \sin\left[(4n-1)\dfrac{\pi}{6}\right]$

a) Chứng minh rằng $s_n = s_{n+3}$ với mọi $n \geq 1$.

b) Hãy tính tổng của 15 số hạng đầu tiên của (s_n).

Bài 25. Trong mặt phẳng tọa độ cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{2x^2 + 1}$

a) Với mỗi số nguyên dương n, gọi A_n là giao điểm của đồ thị trên với đường thẳng $x = n$.

b) Xét dãy số (u_n) với u_n là tung độ của điểm A_n. Hãy tìm công thức xác định số hạng tổng quát của dãy số đó.

Bài 26. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5.4^{n-1} + 3$.

a) Chứng minh rằng $u_{n+1} = 4u_n - 9$ với mọi $n \geq 1$

b) Dựa vào kết quả của phần a) hãy cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi.

Bài 27. Cho dãy số (u_n) và (v_n), với $u_n = n, v_n = 2^n + n$

a) Chứng minh rằng với mọi $n \geq 1$ ta luôn có $u_{n+1} = 2u_n - n + 1, v_n = 2v_n - n + 1$

b) Từ kết quả của câu a), rút ra kết luận gì?

Dạng 3. Sử dụng phương pháp quy nạp chứng minh dãy số (u_n) thỏa mãn tính chất K

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. *Chứng minh rằng số hạng u_1 thỏa mãn tính chất K.*

Bước 2. *Giả sử số hạng u_k thỏa mãn tính chất K. Ta đi chứng minh u_{k+1} cũng thỏa mãn tính chất K.*

Bước 3. *Kết luận dãy số (u_n) thỏa mãn tính chất K.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 11. Cho dãy số (u_n), với $u_n = n^3 + 11n$. Chứng tỏ rằng mọi số hạng của dãy số này đều chia hết cho 6.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 28. Chứng minh rằng: Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $4^n + 15n - 1 \vdots 9$

b) $16^n - 15n - 1 \vdots 225$

c) $n^3 - n \vdots 3$

d) $n^3 + 11n \vdots 6$

e) $n^3 + 3n^2 + 5n \vdots 3$

f) $3n^3 + 15 \vdots 9$

g) $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n \vdots 11$

h) $2n^3 - 3n^2 + n \vdots 6$

Dạng 4. Xét tính tăng, giảm (hay tính đơn điệu) và bị chặn của một dãy số (u_n)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Tính tăng, giảm của dãy số:

***Cách 1**: Thực hiện theo các bước sau:*

Bước 1. Lập hiệu $H = u_{n+1} - u_n$, từ đó xác định dấu của H.

*Bước 2. Khi đó: * Nếu $H > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) tăng.*

** Nếu $H < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) giảm.*

***Cách 2**: Nếu $u_n > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có thể thực hiện theo các bước sau:*

Bước 1. Lập tỉ số $P = \frac{u_{n+1}}{u_n}$, từ đó so sánh P với 1.

*Bước 2. Khi đó: * Nếu $P > 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) tăng.*

** Nếu $P < 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số (u_n) giảm.*

2. Tính bị chặn của dãy số:

- *Sử dụng định nghĩa 3.*
- *Chú ý: * Mọi dãy số (u_n) giảm luôn bị chặn trên bởi u_1.*

  ** Mọi dãy số (u_n) tăng luôn bị chặn dưới bởi u_1.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 12. Xét tính tăng giảm của dãy số: a) $u_n = \frac{n}{5^n}$, b) $u_n = 2n - 1$

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 13. Xét tính bị chặn của dãy số: $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$.

....
....
....
....
....

Ví dụ 14. Chứng minh dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+3}{3n+2}$ là dãy số giảm và bị chặn.

Ví dụ 15. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) cho bởi

a) $u_n = \dfrac{n^2+n+1}{n^2+1}$.

b) $u_n = \dfrac{4^n-1}{4^n+5}$.

c) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{u_n+3} \end{cases}$.

d) $\begin{cases} u_1 = \sqrt{6} \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \end{cases}$.

Ví dụ 16. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi

a) $u_n = \dfrac{2n+3}{n+2}$ b) $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ c) $u_n = n^2 + 4$

d) $u_n = \dfrac{n^2+2n}{n^2+n+1}$ e) $u_n = \dfrac{n}{\sqrt{n^2+2n}+n}$ f) $u_n = (-1)^n \cos\dfrac{\pi}{2n}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 29. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n), biết:

a) $u_n = \dfrac{1}{n} - 2$ b) $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$ c) $u_n = (-1)^n\left(2^n+1\right)$ d) $u_n = \dfrac{2n+1}{5n+2}$

e) $u_n = n^3 - 3n^2 + 5n - 7$ f) $u_n = \dfrac{n+1}{3^n}$ g) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

Bài 30. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + (n+1).2^n$ với mọi $n \ge 1$.

Bài 31. a) Chứng minh rằng (u_n) là một dãy số tăng.

b) Chứng minh rằng $u_n = 1 + (n-1).2^n$ với mọi $n \ge 1$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỦ ĐỀ 2

Bài 32. Viết năm số hạng đầu và khảo sát tính tăng, giảm của các dãy số (u_n):

a) $u_n = 10^{1-2n}$ b) $u_n = 3^n - 7$ c) $u_n = \dfrac{2n+1}{n^2}$ d) $u_n = \dfrac{3^n\sqrt{n}}{2^n}$

e) $u_n = \dfrac{n}{2^n - 1}$ f) $u_n = \dfrac{2^n - 1}{2^n + 1}$ g) $u_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ h) $u_n = \dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

i) $u_n = \dfrac{n}{5^n}$ j) $u_n = (-1)^{n-1}\sin\dfrac{1}{n}$ k) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

l) $u_n = (-1)^n\sqrt{4^n}$ m) $u_n = \dfrac{2n^2 - 3}{n}$ n) $u_n = \sin^2\dfrac{n\pi}{4} + \cos\dfrac{2n\pi}{3}$

Đáp số: a) giảm b) tăng c) giảm d) tăng i) giảm j) ko tăng, ko giảm k) giảm

Bài 33. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n):

a) $u_n = 2n^3 - 5n + 1$ b) $u_n = 3^n - n$ c) $u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$ d) $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+1}}$

e) $u_n = \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$ f) $u_n = \dfrac{3^n}{n^2}$ g) $u_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$ h) $u_n = \dfrac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$

i) $u_n = \dfrac{2^n.\sqrt{n}}{3^n}$ k) $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$ l) $u_n = \dfrac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$ m) $u_n = 2n + \dfrac{1}{5^n}$

Đáp số: a) tăng b) tăng c) giảm d) tăng e) giảm f) ko tăng, ko giảm g) tăng h) giảm i) giảm k) giảm l) giảm m) tăng

Bài 34. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên và bị chặn?

a) $u_n = 2n^2 - 1$ b) $u_n = \dfrac{1}{n(n+2)}$ c) $u_n = \dfrac{1}{2n^2 - 1}$ d) $u_n = \sin n + \cos n$.

Bài 35. Chứng minh rằng dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+3}{3n+2}$ là một dãy số giảm và bị chặn.

Bài 36. Hãy xác định số thực a để dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{an^2+1}{2n^2+3}$, là:

a) Một dãy giảm. b) Một dãy tăng. *Đáp số: a) $a < 2/3$ b) $a > 2/3$*

Bài 37. Tìm số hạng thứ 3, thứ 5 và thứ 7 của mỗi dãy số sau:

a) $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \dfrac{2}{u_{n-1}^2} \end{cases} (n \ge 2)$ b) $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = -2 \\ u_n = u_{n-1} - 2u_{n-2} \end{cases} (n \ge 3)$

c) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 10 \end{cases} (n \ge 1)$ d) $\begin{cases} u_1 = 5,\ u_2 = 0 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n \end{cases} (n \ge 1)$

Bài 38. Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 - 4n + 3$.

a) Viết công thức truy hồi của dãy số. b) Chứng minh dãy số bị chặn dưới.

c) Tính tổng n số hạng đầu tiên của dãy đã cho.

Đáp số: a $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 3 \end{cases} (n \ge 1)$ *b)* $\dfrac{n(n+1)(2n-11)+18n}{6}$

Bài 39. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1+(n-1)2^n$.

a) Viết 5 số hạng đầu của dãy số.

b) Tìm công thức truy hồi.

c) Chứng minh rằng dãy số tăng và bị chặn dưới.

Đáp số: $b)\, u_1 = 1$ *vaø* $u_{n+1} = u_n + (n+1)2^n \ (n \ge 1)$

Bài 40. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -\dfrac{3}{2}u_n^2 + \dfrac{5}{2}u_n + 1 \end{cases} \ (n \ge 1)$

a) Tính u_2, u_3, u_4.

b) Chứng minh rằng $u_{n+3} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Đáp số: $a)\, u_2 = 2, u_3 = 0, u_4 = 1$

Bài 41. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $u_n = \sin\dfrac{n\pi}{3} + \cos\dfrac{n\pi}{6}$

a) Tính $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$.

b) Chứng minh rằng $u_n = u_{n+12}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Đáp số: $a)\, u_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}, u_2 = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}, u_3 = -1, u_4 = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}, u_5 = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}, u_6 = 1$

Bài 42. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases} \ (n \ge 1)$

a) Tính u_2, u_4, u_6.

b) Tìm công thức của số hạng tổng quát.

Đáp số: $b)\, u_n = 5n - 2$

Bài 43. Dãy số (u_n) được xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \ (n \ge 1)$

a) Tìm công thức của số hạng tổng quát.

b) Tìm số hạng thứ 100 của dãy.

Đáp số: $a)\, u_n = 1 + \dfrac{n^2(n-1)^2}{4} \quad b)\, u_{100} = 24.502.501$

Bài 44. Dãy số (u_n) được xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2 \end{cases} \ (n \ge 1)$

a) Tìm công thức của số hạng tổng quát.

b) Chứng minh dãy số tăng.

Đáp số: $a)\, u_n = 5 + \dfrac{(n-1)(3n-4)}{2}$

Bài 45. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (n-1)2^n \end{cases} \ (n \ge 1)$

a) Tìm công thức của số hạng tổng quát.

b) Chứng minh dãy số tăng.

Đáp số: $a)\, u_n = 1 + (n-1)2^n$

Bài 46. Chứng minh rằng các dãy số (u_n) sau là một dãy số không đổi:

a) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{u_n^2 + 1} \end{cases} \ (n \ge 1)$

b) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + 4}{4} \end{cases} \ (n \ge 1)$

Bài 47. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $u_n = \sin(4n-1)\frac{\pi}{6}$

a) Chứng minh rằng $u_n = u_{n+3}$ với mọi $n \ge 1$.

b) Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của dãy số đã cho.

Bài 48. Dãy số (u_n) xác định bằng công thức: $u_n = \sin(2n-1)\frac{\pi}{3}$

a) Chứng minh rằng $u_n = u_{n+3}$ với mọi $n \ge 1$.

b) Tính tổng 17 số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. *Đáp số:b)* $\sqrt{3}/2$

Bài 49. Tìm công thức số hạng tổng quát của các dãy số sau:

a) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n} \end{cases} (n \ge 1)$

b) $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \ge 1)$

c) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 1 \end{cases} (n \ge 1)$

d) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1 \end{cases} (n \ge 1)$

e) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \end{cases} (n \ge 2)$

f) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 7 \end{cases} (n \ge 1)$

g) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases} (n \ge 1)$

h) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 10 \end{cases} (n \ge 1)$

Đáp số: $a) u_n = \frac{n+1}{n}$ $b) u_n = \frac{1}{2}.3^{n-1}$ $c) u_n = 3-n$ $d) u_n = n^2$

$e) u_n = 2^{n+1} - 3$ $f) u_n = 7n - 6$ $g) u_n = 2.5^{n-1}$ $h) u_n = 2.3^n - 5$

Bài 50. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5.4^{n-1} + 3$.

a) Chứng minh rằng: $u_{n+1} = 4u_n - 9$ với $n \ge 1$. *Đáp số: b)* $u_1 = 8,\ u_{n+1} = 4u_n - 9,\ n \ge 1$

b) Dựa vào kết quả câu a), hãy viết công thức truy hồi của (u_n).

Bài 51. Chứng minh rằng:

a) Dãy số (u_n), với $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}$ là dãy số giảm và bị chặn.

b) Dãy số (v_n), với $v_n = \frac{7n+5}{5n+7}$ là dãy số tăng và bị chặn.

Bài 52. Dãy số (x_n) được biểu diễn trên trục số bởi tập hợp các điểm, kí hiệu là A:

$$A = \{A_0, A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n, \ldots\}$$

Gọi B là một điểm nằm ngoài trục số. Người ta dựng các tam giác đỉnh B và hai đỉnh còn lại thuộc tập hợp A.

Đặt u_n là số các tam giác được tạo thành từ B và $n+1$ điểm trong A rồi lập dãy số (u_n).

a) Tính u_1, u_2, u_3, u_4.

b) Chứng minh rằng: $u_n = C_{n+1}^2$ và $u_{n+1} = u_n + n + 1$.

Đáp số: a) $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 6, u_4 = 10$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỦ ĐỀ 2

Câu 1. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Năm số hạng đầu của dãy là $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-5}{5}; \frac{-5}{6}$.

B. 5 số số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn trên bởi số 1.

Câu 2. Cho dãy (u_n) xác định bởi $u_n = 2.3^n$. Giá trị của u_{20} với mọi số nguyên dương n là:

A. 2.3^{19}. **B.** 2.3^{20}. **C.** 3^{20}. **D.** 2.3^{21}.

Câu 3. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{1}{n^2+n}$.Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Năm số hạng đầu của dãy là $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$.

B. Là dãy số tăng.

C. Bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{2}$.

D. Không bị chặn.

Câu 4. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{-1}{n}$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. 5 số hạng đầu của dãy là: $-1; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{-1}{5}$.

B. Bị chặn trên bởi số $M = -1$.

C. Bị chặn trên bởi số $M = 0$.

D. Là dãy số giảm và bị chặn dưới bởi số $m = -1$.

Câu 5. Cho dãy số (U_n) với $U_n = a.3^n$ (a: hằng số).Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số có $U_{n+1} = a.3^{n+1}$. **B.** Hiệu số $U_{n+1} - U_n = 3.a$.

C. Với $a > 0$ thì dãy số tăng. **D.** Với $a < 0$ thì dãy số giảm.

Câu 6. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{a-1}{n^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số có $U_{n+1} = \frac{a-1}{n^2+1}$. **B.** Dãy số có $U_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$.

C. Là dãy số tăng với mọi a. **D.** Là dãy số giảm với mọi a.

Câu 7. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{a-1}{n^2}$ (a: hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $U_{n+1} = \frac{a-1}{(n+1)^2}$. **B.** Hiệu $U_{n+1} - U_n = (1-a).\frac{2n+1}{(n+1)^2 n^2}$.

C. Hiệu $U_{n+1} - U_n = (a-1).\frac{2n-1}{(n+1)^2 n^2}$. **D.** Dãy số tăng khi $a < 1$.

Câu 8. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{a.n^2}{n+1}$ (a: hằng số). U_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $U_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+2}$. **B.** $U_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+1}$. **C.** $U_{n+1} = \frac{a.n^2+1}{n+1}$. **D.** $U_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

Câu 9. Cho dãy số (U_n) với $U_n = \frac{an^2}{n+1}$. (a: hằng số). Kết quả nào sau đây là **sai**?

A. $U_{n+1} = \frac{a.(n+1)^2}{n+2}$. **B.** $U_{n+1} - U_n = \frac{a.(n^2+3n+1)}{(n+2)(x+1)}$.

C. Là dãy số luôn tăng với mọi a. **D.** Là dãy số tăng với $a > 0$.

Câu 10. Cho dãy số có các số hạng đầu là 5; 10; 15; 20; 25; …. Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $U_n = 5(n-1)$. **B.** $U_n = 5n$. **C.** $U_n = 5+n$. **D.** $U_n = 5.n+1$.

Câu 11. Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, … Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $U_n = 7n+7$. **B.** $U_n = 7.n$.

C. $U_n = 7.n+1$. **D.** U_n không viết được dưới dạng công thức.

Câu 12. Cho dãy số có các số hạng đầu là 0; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$;… Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$. **D.** $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$.

Câu 13. Cho dãy số có các số hạng đầu là 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; …. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n \text{ so } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0,00...01}_{n-1 \text{ so } 0}$. **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 14. Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số giảm.

A. $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **C.** $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. **D.** $u_n = (-1)^n.(2^n+1)$.

Câu 15. Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số bị chặn.

A. $u_n = \sqrt{n^2+1}$. **B.** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 16. Cho dãy số có các số hạng đầu là −1, 1, −1, 1, - 1, ….Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$. **B.** $u_n = -1$. **C.** $u_n = (-1)^n$. **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 17. Cho dãy số có các số hạng đầu là −2; 0; 2; 4; 6;….. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2)+n$. **C.** $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2)+2(n-1)$.

Câu 18. Cho dãy số có các số hạng đầu là $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3^2}$; $\frac{1}{3^3}$; $\frac{1}{3^4}$; $\frac{1}{3^5}$; …. Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = \frac{1}{3}.\frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 19. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{k}{3^n}$ (*k*: hằng số). Khẳng định nào sau đây là ***sai***

A. Số hạng thứ 5 của dãy số là $\frac{k}{3^5}$.

B. Số hạng thứ $n+1$ của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$.

C. Là dãy số giảm khi $k>0$.

D. Là dãy số tăng khi $k>0$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

C. Đây là một dãy số giảm.

D. Bị chặn trên bởi số $M=1$.

Câu 21. Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Với mọi số nguyên dương n. Giá trị của u_{20} là:

A. $2^{20}-5$.

B. $3.2^{19}-5$.

C. $3.2^{20}-5$.

D. $2^{22}-5$.

Câu 22. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. 5 số hạng đầu của dãy là $0;\ 1;\ \sqrt{2};\ \sqrt{3};\ \sqrt{5}$.

B. Số hạng $u_{n+1} = \sqrt{n}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn dưới bởi số 0.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. 6 số hạng đầu của dãy là $-1;\ 1;\ 5;\ -5;\ -11;\ -19$.

B. $u_{n+1} = -n^2 + n + 2$.

C. $u_{n-1} - u_n = 1$.

D. Là một dãy số giảm.

Câu 24. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$.

D. $u_n = 5 + \frac{(n-1)(n+2)}{2}$.

Câu 25. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$.

B. $u_n = 2 + n^2$.

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$.

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-1}{n^2+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $u_{n+1} = \frac{-1}{(n+1)^2 + 1}$.

B. $u_n > u_{n+1}$.

C. Đây là một dãy số tăng.

D. Bị chặn dưới.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) với $u_n=\sin\dfrac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***.

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy: $u_{n+1}=\sin\dfrac{\pi}{n+1}$. **B.** Dãy số bị chặn.

C. Đây là một dãy số tăng. **D.** Dãy số không tăng không giảm.

Câu 29. Cho dãy số $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$ biết $u_n=\dfrac{1}{n+1}$, ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là:

A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. **B.** $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$. **D.** $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$.

Câu 30. Cho dãy số $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$ biết $u_n=\dfrac{n}{3^n-1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là:

A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{26}$. **B.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1=-1 \\ u_{n+1}=u_n+3 \end{cases}$ với $n>0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là:

A. $-1, 2, 5$. **B.** $1, 4, 7$. **C.** $4, 7, 10$. **D.** $-1, 3, 7$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{n}{2^n}, n\in\mathbb{N}^*$. Chọn đáp án đúng:

A. $u_4=\frac{1}{4}$. **B.** $u_5=\frac{1}{16}$. **C.** $u_5=\frac{1}{32}$. **D.** $u_3=\frac{1}{8}$.

Câu 33. Ba số hạng đầu của dãy (u_n), biết $u_n=(-1)^n\cdot\dfrac{n}{n+1}$ với $\forall n\ge 3$ là:

A. $0; -\frac{1}{2}; \frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; -\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{4}; \frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

Câu 34. Ba số hạng thứ $3, 4, 5$ của dãy (u_n) với $\begin{cases} u_1=-1; u_2=2 \\ u_n=-u_{n-1}+2u_{n-2} \end{cases}, \forall n\ge 1$ là:

A. $-4; 8; -16$. **B.** $1; 3; 5$. **C.** $-2; 4; 6$. **D.** $-4; -8; -16$.

Câu 35. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3^n$. Hãy chọn phương án đúng: Số hạng u_{n+1} bằng:

A. 3^n+1. **B.** 3^n+3. **C.** $3^n.3$. **D.** $3(n+1)$.

Câu 36. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:

A. 2.3^n. **B.** 9^n. **C.** 3^n+3. **D.** $6n$.

Câu 37. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3^n$. Số hạng u_{n-1} bằng:

A. 3^n-1. **B.** $\frac{1}{3}.3^n$. **C.** 3^n-3. **D.** $3n-1$.

Câu 38. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3^n$. Số hạng u_{2n-1} bằng:

A. $3^2.3^n-1$. **B.** $3^n.3^{n-1}$. **C.** $3^{2n}-1$. **D.** $3^{2(n-1)}$.

Câu 39. Cho dãy số (u_n) với $u_n=4^n+2^n$. Ba số hạng đầu tiên của dãy là:

A. $u_1=6; u_2=20; u_3=70$. **B.** $u_1=6; u_2=18; u_3=72$.

C. $u_1=4; u_2=20; u_3=72$. **D.** $u_1=6; u_2=20; u_3=72$.

Câu 40. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0;\ \ u_n = \dfrac{1}{u_{n-1}+2},\ \ \forall n \ge 2$. Số hạng thứ 5 là:

A. $u_5 = \dfrac{1}{2}$. **B.** $u_5 = \dfrac{2}{5}$. **C.** $u_5 = \dfrac{5}{12}$. **D.** $u_5 = \dfrac{12}{29}$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 2n,\ \ \forall n \ge 1$. Ta có u_9 bằng:

A. 57. **B.** 60. **C.** 56. **D.** 73.

Câu 42. Số hạng nào sau đây là một số hạng của dãy (u_n) với $u_1 = 2,\ \ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

A. $\dfrac{1025}{1024}$. **B.** $\dfrac{2007}{2006}$. **C.** $\dfrac{2006}{2005}$. **D.** $\dfrac{2005}{2007}$.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + n,\ \ \forall n \ge 1$. Ta có u_{11} bằng:

A. 36. **B.** 60. **C.** 56. **D.** 44.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 0$, $u_2 = \dfrac{1}{3}$, $u_3 = \dfrac{1}{2}$, $u_4 = \dfrac{3}{5}$, $u_5 = \dfrac{2}{3}$. Tính u_{10}.

A. $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{9}{11}$.

Câu 45. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2^n}{n^2}$. Tính u_{10}.

A. $\dfrac{256}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{256}{25}$. **D.** $\dfrac{512}{81}$.

Câu 46. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 2,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây **sai**

A. $u_2 = \dfrac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \dfrac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \dfrac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \dfrac{63}{16}$.

Câu 47. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 2^n.u_n,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có u_5 bằng:

A. 10. **B.** 1024. **C.** 2048. **D.** 4096.

Câu 48. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = \dfrac{1}{2}$ và $u_n = u_{n-1} + 2n,\ \ \forall n \in \mathbb{N}, n \ge 2$. Ta có u_{50} bằng:

A. $1274,5$. **B.** $2548,5$. **C.** $5096,5$. **D.** $2550,5$.

Câu 49. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = -1$ và $u_n = 2n.u_{n-1},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*, n \ge 2$. Ta có u_{11} bằng:

A. $2^{10}.11!$. **B.** $-2^{10}.11!$. **C.** $2^{10}.11^{10}$. **D.** $-2^{10}.11^{10}$.

Câu 50. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2n + 1,\ \ \forall n \in \mathbb{N}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**

A. Mọi số hạng của dãy (u_n) là số hữu tỷ. **B.** Dãy (u_n) gồm các số $1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 13,\ 17$.

C. Mọi số hạng của dãy (u_n) là số chẵn. **D.** Mọi số hạng của dãy (u_n) là các số tự nhiên.

Câu 51. Cho dãy (u_n) xác định bởi: $u_1 = \dfrac{1}{2}$ và $u_n = \dfrac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \ge 2$. Ta có u_4 bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Câu 52. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n \cos\frac{2\pi}{n}$. Khi đó u_{12} bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 53. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1-n}{2^{n+1}}$. Khi đó u_{n-1} bằng:

A. $u_{n-1} = \frac{1-n}{2^n}$. **B.** $u_{n-1} = \frac{2-n}{2^n}$. **C.** $u_{n-1} = \frac{2-n}{2^{n-1}}$. **D.** $u_{n-1} = \frac{n}{2^n}$.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = 1$, $u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$. Khi đó số hạng thứ $n+3$ là

A. $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n+1}$. **B.** $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_n$.

C. $u_{n+3} = 2u_{n-2} + 3u_{n+1}$. **D.** $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n-1}$.

Câu 55. Cho dãy số (u_n) có công thức tổng quát là $u_n = 2^n$ thì số hạng thứ $n+3$ là

A. $u_{n+3} = 2^3$. **B.** $u_{n+3} = 8.2^n$. **C.** $u_{n+3} = 6.2^n$. **D.** $u_{n+3} = 6^n$.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 5.4^{n-1} + 3$. Tìm mối liên hệ giữa u_{n+1} và u_n $(n \geq 1)$

A. $u_{n+1} = 2u_n - 5$. **B.** $u_{n+1} = 3u_n - 7$. **C.** $u_{n+1} = 4u_n - 9$. **D.** $u_{n+1} = 5u_n - 11$.

Câu 57. Số 7922 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy (u_n) với $u_n = n^2 + 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$

A. 79. **B.** 89. **C.** 69. **D.** 99.

Câu 58. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 5n + 9$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Dãy (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$ và $u_1 = 14$.

B. Dãy (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$ và $u_4 = 29$.

C. Dãy (u_n) là dãy số tăng.

D. Dãy (u_n) là dãy số giảm.

Câu 59. Số 518 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy (u_n) với $u_n = 2^n + 6$, $\forall n \in \mathbb{N}$

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 60. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Cho biết số hạng thứ n là $\frac{7}{12}$. Giá trị của n là

A. $n = 6$. **B.** $n = 8$. **C.** $n = 9$. **D.** $n = 10$.

Câu 61. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 62. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 63. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số 33 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số ?

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 64. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$; biết $u_k = \frac{2}{13}$. u_k là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho

A. thứ 3. **B.** thứ 6. **C.** thứ 5. **D.** thứ 4.

Câu 65. Số hạng tổng quát của dãy số $(u_n): \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16},...$ là:

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n^2}$. **D.** $u_n = \frac{1}{4n}$.

Câu 66. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 1,\ u_{n+1} = u_n + 2\ ,\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số 33 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 67. Số hạng tổng quát của dãy số $(u_n): 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4},...$ là:

A. $u_n = \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n^2}$. **D.** $u_n = \frac{1}{n+1}$.

Câu 68. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$ là ba số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n bằng:

A. $\frac{1}{2n}$. **B.** $\frac{1}{n}$. **C.** $\frac{1}{2n+4}$. **D.** $\frac{1}{2^n}$.

Câu 69. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1,\ \ u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = \frac{a.2^n - b}{c.2^n}$ thì tổng $a+b+c$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 70. Dãy số số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2,\ \ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = 2$. **B.** $u_n = 3$. **C.** $u_n = n+1$. **D.** $u_n = 3n-1$.

Câu 71. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 11,\ \ u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9n,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = a^n + b.n + c$. Giá trị biểu thức $a.b - c$ là:

A. 10. **B.** 12. **C.** -12. **D.** -10.

Câu 72. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2,\ \ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = \frac{2^n + a}{2^n}$ thì giá trị a là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 73. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1,\ \ u_{n+1} = 2u_n + 3,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = a.2^n + b$. Khi đó giá trị $a.b$ là:

A. -6. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -2.

Câu 74. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 1,\ \ u_{n+1} = u_n + 2n + 1,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = n^2$. **B.** $u_n = n^2 + 1$. **C.** $u_n = 2n^2$. **D.** $u_n = 3n^2 - 1$.

Câu 75. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = \frac{1}{2},\ \ u_{n+1} = 2u_n,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.Số hạng tổng quát của dãy là

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = -\frac{1}{2^{n+1}}$. **C.** $u_n = -\frac{1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Câu 76. Trong các dãy số sau, dãy số nào thỏa mãn $u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

A. 1; 2; 4; 8; 16; 36; .... **B.** 1; 2; 8; 16; 24; 54....

C. $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = 2^n$.

Câu 77. Theo giả thiết ta có Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là

A. $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$.

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Câu 78. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = -2$, $u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát của dãy số trên là

A. $u_n = \dfrac{-n+1}{n}$. **B.** $u_n = \dfrac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Câu 79. Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức truy hồi: $u_1 = 3$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy số?

A. $u_n = \dfrac{3}{2^n}$. **B.** $u_n = \dfrac{3}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \dfrac{3}{2^n - 1}$. **D.** $u_n = \dfrac{3}{2^n + 1}$.

Câu 80. Cho dãy số $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$ và dãy (v_n) xác định bởi công thức $v_1 = u_1$, $v_{n+1} = v_n + u_{n+1}$, $\forall \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát v_n được biểu diễn dưới dạng $v_n = \dfrac{a.n + b}{c.n + d}$. Khi đó giá trị biểu thức $a.d - b.c$ là:

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 81. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát u_n được biểu diễn dưới dạng $u_n = a.n + b$. Khi đó $a + b$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 82. Trong các dãy số sau, dãy số nào thỏa mãn $u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$, $n = 2, 3, 4......$

A. 1; 2; 4; 8; 16; 36; .... **B.** 1; 2; 8; 16; 24; 54....

C. $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = 2^n$.

Câu 83. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $\dfrac{u_1 + u_9}{2} = u_5$. **B.** $\dfrac{u_2 u_4}{2} = u_3$.

C. $1 + u_1 + u_2 + ... + u_{100} = \dfrac{u_{100} - 1}{2}$. **D.** $u_1 u_2 ... u_{100} = u_{5050}$.

Câu 84. Cho tổng $S_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \dfrac{1}{3.4} + ... + \dfrac{1}{n.(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

A. $S_2 = \dfrac{2}{3}$. **B.** $S_2 = \dfrac{1}{6}$. **C.** $S_3 = \dfrac{1}{12}$. **D.** $S_3 = \dfrac{1}{4}$.

Câu 85. Cho tổng $S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$. Khi đó S_3 là bao nhiêu:

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 86. Cho tổng $S(n)=1^2+2^2+...+n^2$. Khi đó công thức của $S(n)$ là:

A. $S(n)=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $S(n)=\dfrac{(n+1)}{2}$.

C. $S(n)=\dfrac{n(n-1)(n+1)}{6}$. **D.** $S(n)=\dfrac{n(2n+1)(3n+1)}{6}$.

Câu 87. Đặt $S_1(n)=1+2+3+\ldots+n$, $S_2(n)=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$, $S_3(n)=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $S_1(n)=\dfrac{3n(n+1)}{2}$. **B.** $S_2(n)=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{3}$.

C. $S_3(n)=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$. **D.** $S_1(n)=\dfrac{n(n-1)}{2}$.

Câu 88. Tổng $S=\dfrac{1}{2.5}+\dfrac{1}{5.8}+\dfrac{1}{8.11}+...+\dfrac{1}{(3n-1)(3n+2)}$ là:

A. $S=\dfrac{n}{2(3n+2)}$. **B.** $S=\dfrac{3n}{2(3n+2)}$. **C.** $S=\dfrac{3n+1}{2(3n+2)}$. **D.** $S=\dfrac{3n}{3n+2}$.

Câu 89. Tổng $S=\dfrac{1}{1.3}+\dfrac{1}{3.5}+\dfrac{1}{5.7}+...+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ là:

A. $S=\dfrac{n}{2n+1}$. **B.** $S=\dfrac{n+1}{2n}$. **C.** $S=\dfrac{n}{n+1}$. **D.** $S=\dfrac{2n}{2n+1}$.

Câu 90. Tính tổng $S(n)=1-2+3-4+\ldots+(2n-1)-2n+(2n+1)$ là

A. $S(n)=n+1$. **B.** $S(n)=-n$. **C.** $S(n)=2n$. **D.** $S(n)=n$.

Câu 91. Tính tổng $S(n)=1.4+2.7+...+n(3n+1)$. Khi đó công thức của $S(n)$ bằng

A. $S(n)=n+3$. **B.** $S(n)=(n+1)^2$.

C. $S(n)=n(n+1)^2$. **D.** $S(n)=4n$.

Câu 92. Tính tổng $S(n)=1.1!+2.2!+...+2017.2017!$. Khi đó công thức của $S(n)$

A. $2017!$. **B.** $2018!$. **C.** $2018!-1$. **D.** $2017!-1$.

Câu 93. Tính tổng $S=1.2+2.3+...+(n-2)(n-1)+(n-1)n$.

A. $\dfrac{n(n^2+1)}{3}$. **B.** $\dfrac{n(n^2-1)}{3}$. **C.** $\dfrac{n(n^2-1)}{6}$. **D.** $\dfrac{2n(n^2-1)}{3}$.

Câu 94. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng:

A. $u_n=2^n$. **B.** $u_n=\dfrac{3}{n}$. **C.** $u_n=\dfrac{2}{3^n}$. **D.** $u_n=(-2)^n$.

Câu 95. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng:

A. $u_n=\dfrac{n-2}{n+1}$. **B.** $u_n=\dfrac{n+2}{n+1}$. **C.** $u_n=(-5)^n$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{n^2}$.

Câu 96. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n=\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$. **B.** $u_n=\dfrac{n}{n+1}$. **C.** $u_n=\dfrac{2}{n.(n+1)}$. **D.** $u_n=\dfrac{n+1}{n}$.

Câu 97. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \cos n$. **B.** $u_n = \frac{n+2}{n+1}$. **C.** $u_n = (-1)^n .n^2$. **D.** $u_n = 3n+2$.

Câu 98. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{n}$. **B.** $(-1)^{2n}(5^n+1)$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{n+1}+n}$. **D.** $\frac{n}{n^2+1}$.

Câu 99. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = (-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{n}$. **B.** $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n+\sqrt{n+1}}$. **D.** $u_n = (-1)^{2n}(3^n+1)$.

Câu 100. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Câu 101. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$. **C.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **D.** $u_n = (-1)^n(2^n+1)$.

Câu 102. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = \frac{n-3}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+4}{n+2}$. **D.** $u_n = n^4+2$.

Câu 103. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2^n-1}{2^n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Bốn số hạng của dãy là: $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{7}{9}; \frac{15}{17}$. **B.** Là dãy số tăng.

C. Sáu số hạng đầu của dãy là $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{9}, \frac{15}{17}, \frac{31}{33}, \frac{63}{65}$. **D.** Là dãy số giảm.

Câu 104. Cho dãy số $u_n = \frac{a.n^2+1}{2n^2+3}$. Giá trị của a để dãy số giảm là

A. $a<1$. **B.** $a<\frac{2}{3}$. **C.** $a>1$. **D.** $a>\frac{2}{3}$.

Câu 105. Xét các dãy

$1, 2, 3, 4, \ldots(1)$. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7} \ldots(2)$.

$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots(3)$. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \ldots(4)$.

Với các dãy trên, kết luận nào sau đây là đúng

A. (1) là dãy đơn điệu giảm, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không tăng.

B. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu tăng, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không tăng.

C. (1) là dãy đơn điệu tăng, (2) là dãy đơn điệu giảm, (3) là dãy đơn điệu không giảm, (4) là dãy đơn điệu không giảm.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 106. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{1}{n}$. Chọn đúng

A. Dãy số (u_n) là dãy số giảm. **B.** Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

C. Dãy số (u_n) là dãy số không tăng không giảm. **D.** Dãy số (u_n) có $u_3 = \frac{1}{6}$.

Câu 107. Dãy số $u_n = \frac{1}{n+1}$ là dãy số có tính chất

A. Tăng. **B.** Giảm.

C. Không tăng không giảm. **D.** Không bị chặn.

Câu 108. Cho dãy số $u_n = (-1)^n$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. Dãy tăng. **B.** Dãy giảm. **C.** Bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 109. Dãy số $u_n = \frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{2}$ là

A. Dãy giảm. **B.** Dãy không tăng, không giảm.

C. Dãy tăng. **D.** Dãy bị chặn.

Câu 110. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn trên

A. $u_n = \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+1}$.

Câu 111. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 112. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn trên

(I) $u_n = 2n^2 + 1$, (II) $u_n = \frac{2n+1}{2n-1}$, (III) $u_n = \frac{n^2}{n+1}$, (IV) $u_n = 2-3n$.

A. (I), (II) và (IV). **B.** (I) và (II). **C.** (II) và (IV). **D.** (II) và (III).

Câu 113. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ là dãy bị chặn trên bởi

A. $u_n \le \frac{1}{2}$. **B.** $u_n < 1$. **C.** $u_n < \frac{2}{3}$. **D.** $u_n < \frac{3}{4}$.

Câu 114. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{2}, u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy bị chặn trên vì

A. $u_n < \frac{3}{4}$. **B.** $u_n < 1$. **C.** $u_n < \frac{4}{5}$. **D.** $u_n < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 115. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn dưới?

(I) $u_n = n^2 - 4n + 2$, (II) $u_n = 1 - 2n^2$, (III) $u_n = \frac{n^2}{n+1}$, (IV) $u_n = 2-3n$

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** (I) và (III). **D.** (II) và (IV).

Câu 116. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2, u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right), \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy bị chặn dưới vì

A. $u_n \ge \sqrt{3}$. **B.** $u_n > \sqrt{2}$. **C.** $u_n > \frac{5}{3}$. **D.** $u_n \ge \frac{3}{2}$.

Câu 117. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2,\ \ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{2},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy bị chặn dưới vì

A. $u_n \ge \dfrac{10}{9}$. **B.** $u_n > 1$. **C.** $u_n > \dfrac{11}{10}$. **D.** $u_n \ge \dfrac{9}{8}$.

Câu 118. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn

A. $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}$. **D.** $u_n = n^2$.

Câu 119. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn

A. $u_n = \sqrt{n^2+1}$. **B.** $u_n = n + \dfrac{1}{n}$. **C.** $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Câu 120. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \sqrt{6},\ \ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy bị chặn vì

A. $\sqrt{6} \le u_n < \dfrac{5}{2}$. **B.** $\sqrt{6} \le u_n < 3$.

C. $\sqrt{6} \le u_n < \sqrt{6 + \sqrt{6}}$. **D.** $\sqrt{6} \le u_n < \sqrt{6 + \sqrt{7}}$.

Câu 121. Dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \sqrt{2},\ \ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n},\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy bị chặn vì

A. $\sqrt{2} \le u_n < \dfrac{3}{2}$. **B.** $\sqrt{2} \le u_n < 2$. **C.** $1 \le u_n < \sqrt{2 + \sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{2} \le u_n < \dfrac{5}{3}$.

Câu 122. Xét dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Dãy (u_n) là dãy số bị chặn trên.

B. Dãy (u_n) là dãy số bị chặn dưới.

C. Dãy số (u_n) là dãy số tăng nhưng không bị chặn trên.

D. Dãy (u_n) là dãy số tăng và bị chặn.

Câu 123. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n^2 + n + 1}{n^2 + 1}$. Khi đó dãy số (u_n).

A. Tăng. **B.** Giảm. **C.** Bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 124. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{4^n - 1}{4^n + 5}$. Khi đó dãy số (u_n)

A. Tăng. **B.** Giảm. **C.** Bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 125. Chọn đáp án đúng.

A. Dãy số giảm và bị chặn dưới thì bị chặn trên.

B. Dãy số không giảm thì sẽ bị chặn trên.

C. Dãy số giảm và bị chặn dưới thì không bị chặn.

D. Dãy số tăng và bị chặn trên thì không bị chặn.

Câu 126. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số vô hạn là một hàm số xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$.

B. Dãy số bị chặn là dãy số vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới.

C. Dãy số bị chặn là dãy số không đổi.

D. Các phương án trên đều sai.

Câu 127. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \dfrac{n}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Dãy (u_n) là dãy số tăng. **B.** Dãy (u_n) là dãy số giảm.

C. Dãy (u_n) là dãy số bị chặn trên bởi 1. **D.** Dãy (u_n) là dãy số bị chặn dưới bởi 0.

Câu 128. Dãy số (u_n) xác định bởi công thức $u_n = \frac{7n+5}{5n+7}$ là dãy số

A. Giảm và bị chặn. **B.** Tăng và bị chặn.
C. Tăng và không bị chặn. **D.** Giảm và không bị chặn.

Câu 129. Cho dãy số (u_n) với $u_n = -\frac{n}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. 5 số hạng đầu của dãy là $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; -1; \frac{-5}{6}$.

B. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

C. 5 số hạng đầu của dãy là $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; -\frac{4}{5}; \frac{-5}{6}$.

D. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 130. Cho dãy số $u_n = (-1)^n$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây?

A. Dãy tăng. **B.** Dãy giảm. **C.** Bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 131. Cho dãy số $u_n = \sin\frac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

A. $u_{n+1} = \sin\frac{\pi}{n+1}$. **B.** Dãy số bị chặn.
C. là dãy tăng. **D.** dãy số không tăng, không giảm.

Câu 132. Xét tính đơn điệu và tính bị chặn của dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \sqrt{2}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}\ \ (n \in \mathbb{N}^*)$

A. Dãy số (u_n) không đơn điệu, bị chặn trên bởi 2, và bị chặn dưới bởi $\sqrt{2}$.

B. Dãy số (u_n) giảm, bị chặn trên bởi 2, và bị chặn dưới bởi $\sqrt{2}$.

C. Dãy số (u_n) giảm, bị chặn dưới bởi $\sqrt{2}$ và không bị chặn trên.

D. Dãy số (u_n) tăng, bị chặn trên bởi 2, và bị chặn dưới bởi $\sqrt{2}$.

Câu 133. Xét các câu sau

Dãy $1, 2, 3, 4, \ldots$ là dãy bị chặn (dưới và trên) (1).

Dãy $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7} \ldots$ là dãy bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên (2).

Trong hai câu trên

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** Chỉ có (2) đúng.
C. Cả hai câu đều đúng. **D.** Cả hai câu đều sai.

Câu 134. Số hạng lớn nhất của dãy số $u_n = \frac{n}{n^2+100}$ là

A. $\frac{1}{21}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Câu 135. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Mệnh đề nào đúng

A. Dãy (u_n) bị chặn. **B.** Dãy (u_n) tăng.
C. $u_{30} = 30$. **D.** Dãy (u_n) không bị chặn.

Câu 136. Trong dãy số $1, 3, 2, \ldots$ mỗi số hạng kể từ số hạng thứ 3 bằng số hạng đứng trước nó trừ đi số hạng đứng trước số hạng này, tức là $u_n = u_{n-1} - u_{n-2}, \forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó. Đáp số của bài toán là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Vấn đề 3. CẤP SỐ CỘNG

① **Định nghĩa**:

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi d gọi là công sai.

$$u_{n+1} = u_n + d \ \ (d: \text{công sai}; \ n \in \mathbb{N}^*) \qquad (1)$$

② **Số hạng tổng quát**: $u_n = u_1 + (n-1).d \qquad (2)$

③ **Tính chất các số hạng của cấp số cộng**:

Trong một cấp số cộng. Mỗi số hạng kể từ số hạng thứ hai (và trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữa hạn), đều là trung bình cộng của hai số hạng kề bên nó, tức là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \ (k \geq 2) \qquad (3)$$

④ **Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng**:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \qquad (4)$$

$$S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1d)\right]}{2} \qquad (5)$$

⑤ **Các số hạng liên tiếp:**

•*Nếu CSC có lẻ số hạng thì:* $\ldots; x-a; \boxed{x}; x+a; \ldots$

•*Nếu CSC có chẵn số hạng thì:* $\ldots; x-3a; \boxed{x-a; x+a}; x+a; \ldots$

Dạng 1. Chứng minh ba số (dãy số) lập thành một cấp số cộng

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Để chứng minh ba số* a, b, c *lập thành một cấp số cộng ta đi chứng minh*

$$a + c = 2b \ \text{ hoặc } \ a - b = b - c$$

- *Để chứng minh dãy số* $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_{n-1}, u_n$ *lập thành cấp số cộng, ta chứng minh:*

$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \ldots = n_u - u_{n-1} = d \ \ (\text{công sai})$$

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 17. Chứng minh rằng mỗi dãy số sau là một cấp số cộng và hãy xác định công sai của cấp số cộng đó: a) $u_n = 19n - 5$ b) $u_n = an + b$, với a, b là hằng số.

....

....

....

....

....

Ví dụ 18. Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số $\left(a^2+ab+b^2\right)$, $\left(a^2+ac+c^2\right)$ và $\left(b^2+bc+c^2\right)$ cũng lập thành một cấp số cộng.

....

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 53. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số cộng

a) $u_n=2n-1$.

b) $u_n=v_n-v_{n-1}$ với $v_n=(2n+1)^2$.

c) $u_n=(-1)^n+2n$.

d) $\begin{cases}u_1=3\\u_{n+1}=1-u_n\end{cases}$ với $n\geq 1$.

Dạng 2. Xác định số hạng tổng quát của một cấp số cộng

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để xác định số hạng tổng quát của một cấp số cộng, ta sử dụng công thức:

$$u_n=u_1+(n-1)d;\ u_n=u_{n-1}+d \text{ với } n\geq 2.$$

Tức là đi xác định số hạng đầu u_1 và công sai d.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 19. Cho CSC (u_n) có $u_{20}=-52$ và $u_{51}=-145$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số đó.

....

....

....

....

Ví dụ 20. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp sống cộng (u_n), biết

a) $\begin{cases}u_9=5u_2\\u_{13}=2u_6+5\end{cases}$ b) $\begin{cases}u_1-u_3+u_5=10\\u_1+u_6=7\end{cases}$ c) $\begin{cases}-u_3+u_7=8\\u_2u_7=75\end{cases}$ d) $\begin{cases}u_5=4u_3\\u_2u_6=-11\end{cases}$

....

....

....

....

....

Ví dụ 21. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp sống cộng (u_n), biết

a) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ S_{12} = 129 \end{cases}$ b) $\begin{cases} S_{16} = \dfrac{152\sqrt{2}}{3} \\ S_{21} = 3S_{10} \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ 5S_5 = S_{10} \end{cases}$ d) $\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = 0{,}1 \\ S_4 + u_7 = 0{,}1 \end{cases}$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 54. Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm sáu số nữa để được một cấp số cộng.

Bài 55. Cho cấp số cộng (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -9 \\ u_{n+1} = u_n - 5 \end{cases}$. Tìm u_{25}.

Bài 56. Cho cấp số cộng (u_n) với $\begin{cases} u_5 = -43 \\ u_{21} = -171 \end{cases}$.

a) Tìm d và u_1.
b) Tìm u_{29}.
c) -16123 là số hạng thứ bao nhiêu.
d) -35 có thuộc cấp số cộng trên hay không?

Dạng 3. Tìm các phần tử của một cấp số cộng (u_n)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ *Ở dạng đơn giản, ta có thể trực tiếp tìm bằng cách chuyển về xác định* u_1 *và công sai* d *:*

$$u_2 = u_1 + d;\ u_3 = u_1 + 2d;\ u_4 = u_1 + 3d;\ldots;\ u_n = u_1 + (n-1)d$$

❖ *Trong một số trường hợp, để đơn giản hơn ta thường là như sau:*

1) *Nếu số số hạng là số lẻ: ta đặt* x *là số chính giữa,* ***d là công sai****. Ví dụ:*

☞ *Cấp số cộng có 3 số hạng:* $x-d;\ \boxed{x};\ x+d$

☞ *Cấp số cộng có 5 số hạng:* $x-2d;\ x-d;\ \boxed{x};\ x+d;\ x+2d$

2) *Nếu số số hạng là số chẵn:* ***2d là công sai****. Thí dụ:*

☞ *Cấp số cộng có 4 số hạng:* $x-3d;\ \boxed{x-d;\ x+d};\ x+3d$

☞ *Cấp số cộng có 6 số hạng:* $x-5d;\ x-3d;\ \boxed{x-d;\ x+d};\ x+3d;\ x+5d$

→ *Từ các cách đặt ở trên, dựa vào các điều kiện của đề bài ta xác định được cấp số cộng.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 22. Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 28, tổng của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng 40. Hãy tìm cấp số cộng đó.

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 23. Xác định 4 góc của một tam tứ giác lồi, biết rằng 4 góc hợp thành cấp số cộng và góc lớn nhất bằng 5 lần góc nhỏ nhất.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 24. Cho CSC (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu tiên và công sai.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 57. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của một cấp số cộng khi biết:

a) $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2u_1 + u_2 + u_3 = 12 \\ 2u_2 + u_3 + u_5 = 20 \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_1 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 + u_7 = 4 \\ u_3^2 + u_7^2 = 122 \end{cases}$ e) $\begin{cases} S_4 = 9 \\ S_6 = \dfrac{45}{2} \end{cases}$ f) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ S_{12} = 129 \end{cases}$

Bài 58. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng sau:

a) Đặt 6 số giữa hai số 35 và 7 để được một cấp số cộng.
b) Đặt 5 số giữa hai số 3 và 27 để được một cấp số cộng.
c) Đặt 6 số giữa hai số 3 và 31 để được một cấp số cộng.
d) Đặt 4 số giữa hai số 5 và 8 để được một cấp số cộng.
e) Đặt 6 số giữa hai số 35 và 112 để được một cấp số cộng.

Bài 59. Bốn số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 22. Tổng các bình phương của chúng bằng 166. Tìm bốn số đó.

Bài 60. Bốn số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 14. Tổng các bình phương của chúng bằng 94. Tìm bốn số đó.

Bài 61. Bốn số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng -10. Tổng các bình phương của chúng bằng 70. Tìm bốn số đó.

Bài 62. Bốn số lập thành một cấp số cộng là các số nguyên. Tổng của chúng bằng 20 và tích là 384. Tìm bốn số đó.

Bài 63. Năm số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 15. Tổng các bình phương của chúng bằng 65. Tìm năm số đó.

Bài 64. Người ta trồng 3003 cây theo hình một tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, v.v… Hỏi có bao nhiêu hàng ?

Dạng 4. Ứng dụng các tính chất của một cấp số cộng

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ ***Bài toán 1***. *"Cho ba số a, b, c lập thành cấp số cộng, chứng minh tính chất K", khi đó ta thực hiện theo các bước sau:*

- ***Bước 1***. *Từ giả thiết a, b, c lập thành cấp số cộng, ta được: $a+c=2b$ hoặc biểu thức tương đương: $a-b=b-c=\frac{1}{2}(a-c)$*
- ***Bước 2***. *Chứng minh tính chất K.*

❖ ***Bài toán 2***. *"Tìm điều kiện để 3 số, 4 số lập thành cấp số cộng":*

- *Để 3 số a, b, c lập thành cấp số cộng thì $a+c=2b$.*
- *Để 4 số a, b, c, d lập thành cấp số cộng thì $\begin{cases} a+c=2b \\ b+d=2c \end{cases}$.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 25. Tìm x để ba số x^2+1, $x-2$, $1-3x$ lập thành một cấp số cộng.

....
....
....
....

Ví dụ 26. Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng:

a) $a^2+2bc=c^2+2ab$ b) $a^2+8bc=(2b+c)^2$ c) $3(a^2+b^2+c^2)-6(a-b)^2=(a+b+c)^2$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 65. Cho ba số a^2, b^2, c^2 lập thành một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Chứng minh rằng ba số $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{c+a}$, $\frac{1}{a+b}$ cũng lập thành một cấp số cộng .

Bài 66. Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số $\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$, $\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}$, $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ cũng lập thành một cấp số cộng .

Bài 67. Cho cấp số cộng $u_1, u_2, \cdots, u_n$, trong đó $u_i \neq 0$ với mọi $i = 1, 2, \cdots, n$. Chứng minh rằng

a) $\frac{1}{u_1u_2}+\frac{1}{u_2u_3}+\cdots+\frac{1}{u_{n-1}u_n}=\frac{n-1}{u_1u_n}$.

b) $\frac{1}{u_1u_n}+\frac{1}{u_2u_{n-1}}+\cdots+\frac{1}{u_{n-1}u_2}+\frac{1}{u_nu_1}=\frac{2}{u_1+u_n}\left(\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\cdots+\frac{1}{u_n}\right)$.

Bài 68. Cho cấp số cộng $u_1, u_2, \cdots, u_n$, trong đó $u_i > 0$ với mọi $i = 1, 2, \cdots, n$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{u_1}+\sqrt{u_2}}+\frac{1}{\sqrt{u_2}+\sqrt{u_3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{u_{n-1}}+\sqrt{u_n}}=\frac{n-1}{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_1}}.$$

Dạng 5. Tính tổng

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ *Thông thường bài toán được chuyển tính tổng của một cấp số cộng.*

❖ *Sử dụng các công thức tính S_n:* $S_n = \frac{n(u_1+u_n)}{2} = \frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}$.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 27. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_{20} = 60$. Hãy tính tổng 21 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 28. Tính tổng $S = 105 + 110 + 115 + \ldots + 995$.

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 29. Tính tổng $S=1^2-2^2+3^2-4^2+\ldots+99^2-100^2$.

....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 69. Cho dãy số (u_n) với $u_n=5n-2$.

a) Chứng minh (u_n) là một cấp số cộng.

b) Tìm S_{50}.

c) Biết $S_n=2576$, tìm n.

Bài 70. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_{2015}+u_{2016}=500$. Tính tổng 4030 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Bài 71. a) Cho phương trình $1+6+11+16+\ldots+x=970$. Tìm x biết 1, 6, 11, …, x là một cấp số cộng.

b) Giải phương trình $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\ldots+(x+28)=155$, biết 1, 4, 7, …, 28 là một cấp số cộng.

BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỦ ĐỀ 3

Bài 72. Cho cấp số cộng: $\sqrt{2}+1$; 2 ; $3-\sqrt{2}$; …

a) Tìm u_{10},u_n.

b) Tìm S_{10}

Bài 73. Cho cấp số cộng: 1; 5 ; 9; …

a) Tìm u_{17},u_n.

b) Tìm S_{17}

Bài 74. Cho cấp số cộng (u_n) có:

a) $u_1=5,\ u_{10}=50$. Tìm d và S_{10}

b) $u_1=1,u_2=5$. Tìm S_{10}

c) $u_1=9,u_n=49,d=2,5$. Tìm n

d) $u_7=-2,\ d=3$. Tìm u_{33} và S_{33}

e) $u_5=5,u_{10}=15$. Tìm u_{22} và S_{22}

f) $u_5=19,u_9=35,S_n=666$. Tìm u_n.

g) $u_4+u_{11}=20$. Tìm S_{14}

h) $u_3+u_{13}=80$. Tìm S_{15}.

Bài 75. Cho cấp số cộng (u_n) biết:

a) $S_n=5n^2+3n\ (\forall n\in\mathbb{N}^*)$. Tìm u_1 và d

b) $S_m=n,S_n=m\ \ (m\neq n)$. Tìm S_{m+n}.

c) $S_m=S_n\ \ (m\neq n)$. Tìm S_{m+n}.

d) Chứng minh: $S_{3n}=3(S_{2n}-S_n)$.

Bài 76. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy nào là cấp số cộng. Khi đó tìm u_1 và d.

a) $u_n=3n-7$

b) $u_n=5-2n$

c) $u_n=3^n$

d) $u_n=n^2$

e) $u_n=\dfrac{3n+2}{5}$

f) $u_n=\dfrac{7-3n}{2}$.

Bài 77. Tính

a) $S_n = 1+2+3+\ldots+n$

b) $S_n = 1+3+5+\ldots+(2n-1)$

c) $S_n = 2+4+6+\ldots+2n$

e) $S_n = 105+110+115+\ldots+995$.

Bài 78. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của một cấp số cộng khi biết:

a) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2.u_7 = 75 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ S_{12} = 129 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2.u_3 = 54 \end{cases}$

e) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 15 \\ \dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \dfrac{1}{u_3} = \dfrac{71}{105} \end{cases}$

f) $\begin{cases} u_{10} - u_6 = -16 \\ u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1} = 0 \\ u_2 + u_3 + \ldots + u_n = -36 \end{cases}$

Bài 79. Tìm x để 3 số liên tiếp sau lập thành cấp số cộng.

a) $x; x+3; \sqrt{3-2x}$

b) $1+\sin x;\ \sin^2 x;\ 1+\sin 3x$.

c) $x^2;\ x;\ -3$

d) $\sin^2 x;\ 2\sin x;\ 3$

e) $2m; \dfrac{m^2}{2}; 3$

f) $C_7^k,\ C_7^{k+1},\ C_7^{k+2}$

Bài 80. Xác định m để phương trình:

a) $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

b) $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ có 4 nghiệm lập thành cấp số cộng.

Bài 81. Cho ΔABC có $\tan\dfrac{A}{2}; \tan\dfrac{B}{2}; \tan\dfrac{C}{2}$ liên tiếp tạo thành cấp số cộng. CMR: $\cos A$; $\cos B$; $\cos C$ cũng liên tiếp tạo thành cấp số cộng.

Bài 82. Cho a, b, c là 3 số hạng liên tiếp của cấp số cộng. CMR:

a) $\dfrac{2}{9}(a+b+c)^3 = a^2(b+c) + b^2(a+c) + c^2(a+b)$

b) $a^2 - bc; b^2 - ac; c^2 - ab$ cũng lập thành một cấp số cộng.

c) $a^2 + ab + b^2; a^2 + ac + c^2; b^2 + bc + c^2$ lập thành một CSC.

Bài 83. Cho $a, b, c > 0$ liên tiếp tạo thành một cấp số cộng.

Chứng minh 3 số: $\dfrac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}; \dfrac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}}; \dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ cũng lập thành một cấp số cộng.

Bài 84. Cho a, b, c là 3 số dương. Chứng minh rằng a^2, b^2, c^2 lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $\dfrac{1}{b+c}; \dfrac{1}{c+a}; \dfrac{1}{a+b}$ lập thành một cấp số cộng.

Bài 85. Cho a, b, c là 3 số dương. Cho a^2, b^2, c^2 lập thành cấp số cộng.

Chứng minh: $\dfrac{a}{b+c}; \dfrac{b}{c+a}; \dfrac{c}{a+b}$ lập thành một cấp số cộng.

Bài 86. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{an+b}{c}$ $(a,b,c \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0)$.

Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng.

Bài 87. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa: $u_2 + u_3 + u_5 + u_{12} + u_{14} + u_{15} = 150$. Tính:

a) $u_2 + u_{15}$

b) $u_4 + u_{13}$.

c) Tính tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Bài 88. Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Tìm ba góc đó.

Bài 89. Một cấp số cộng có 11 số hạng. Tổng các số hạng là 176. Hiệu giữa số hạng cuối và số hạng đầu là 30. Tìm cấp số cộng đó.

Bài 90. Ba số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 21. Tổng các bình phương của chúng bằng 155. Tìm ba số đó.

Bài 91. Năm số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 40. Tổng các bình phương của chúng bằng 480. Tìm năm số đó.

Bài 92. Một tam giác vuông có 3 cạnh tạo thành cấp số cộng, tổng bình phương 3 cạnh là 800. Tìm độ dài 3 cạnh của tam giác đó.

Bài 93. Tìm độ dài ba cạnh của một tam giác vuông biết số đo của chúng tạo thành cấp số cộng và cạnh huyền bằng 35.

Bài 94. Các góc của một tam giác tạo thành cấp số cộng và số đo góc nhỏ nhất bằng ½ số đo góc lớn nhất. Tìm số đo các góc của tam giác đó.

Bài 95. Cho dãy số (u_n) định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1-u_n} \end{cases}$.

a) Hãy xác định số hạng tổng quát u_n. Suy ra $u_n < 0$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Đặt $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n}$. Chứng minh rằng (v_n) là một cấp số cộng.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỦ ĐỀ 3

Câu 137. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây

A. $u_n = 1+n$. **B.** $u_n = 1-n$. **C.** $u_n = 1+(-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Câu 138. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây

A. $u_n = 2-n$. **B.** u_n không xác định.

C. $u_n = 1-n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n.

Câu 139. Cho cấp số cộng $-2,\ x,\ 6,\ y$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $x=-6,\ y=-2$. **B.** $x=1,\ y=7$. **C.** $x=2,\ y=8$. **D.** $x=2,\ y=10$.

Câu 140. Khẳng định nào sau đây là *sai.*

A. Dãy số $-\frac{1}{2};\ 0;\ \frac{1}{2};\ 1;\ \frac{3}{2};\ \ldots$ là một cấp số cộng với $u_1 = -\frac{1}{2};\ d = \frac{1}{2}$.

B. Dãy số $\frac{1}{2};\ \frac{1}{2^2};\ \frac{1}{2^3};\ \ldots$ là một cấp số cộng với $u_1 = \frac{1}{2};\ d = \frac{1}{2}$.

C. Dãy số: $-2;\ -2;\ -2;\ -2;\ldots$ là cấp số cộng với $u_1 = -2;\ d = 0$.

D. Dãy số: $0,1;\ 0,01;\ 0,001;\ 0,0001;\ldots$ không phải là một cấp số cộng.

Câu 141. Cho một cấp số cộng có $u_1=-\dfrac{1}{2};\ d=\dfrac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả đúng.

A. Dạng khai triển: $-\dfrac{1}{2};\ 0;\ 1;\ \dfrac{1}{2};\ 1;...$.

B. Dạng khai triển: $-\dfrac{1}{2};\ 0;\ \dfrac{1}{2};\ 0;\ \dfrac{1}{2};...$.

C. Dạng khai triển: $\dfrac{1}{2};\ 1;\ \dfrac{3}{2};\ 2;\ \dfrac{5}{2};...$.

D. Dạng khai triển: $-\dfrac{1}{2};\ 0;\ \dfrac{1}{2};\ 1;.\dfrac{3}{2};...$.

Câu 142. Cho cấp số cộng (u_n). Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $\dfrac{u_{10}+u_{20}}{2}=u_5+u_{10}$.

B. $u_{90}+u_{210}=2u_{150}$.

C. $u_{10}.u_{30}=u_{20}$.

D. $\dfrac{u_{10}.u_{30}}{2}=u_{20}$.

Câu 143. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1=150$ và $u_n=u_{n-1}-3$ với mọi $n\ge 2$. Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó bằng

A. 150. **B.** 300. **C.** 29850. **D.** 59700.

Câu 144. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_2=2001$ và $u_5=1995$. Khi đó u_{1001} bằng

A. 4005. **B.** 4003. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 145. Cho một cấp số cộng có $u_1=-3;\ u_6=27$. Tìm d ?.

A. $d=5$. **B.** $d=7$. **C.** $d=6$. **D.** $d=8$.

Câu 146. Cho một cấp số cộng có $u_1=\dfrac{1}{3};\ u_8=26$. Tìm d ?.

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{3}{11}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

Câu 147. Cho một cấp số cộng có: $u_1=-0,1;\ d=0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là.

A. $1,6$. **B.** 6. **C.** $0,5$. **D.** $0,6$.

Câu 148. Cho cấp số cộng (u_n) tăng có hai số hạng là -3 và 37, biết giữa hai số trên có 9 số hạng. Chọn khẳng định đúng

A. Trong 9 số nói ở đề bài có số 16.

B. Tổng của 11 số hạng trên bằng 186.

C. Trong 9 số nói ở đề bài có số 29.

D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Câu 149. Cho cấp số cộng (u_n) có số 10 số hạng, số hạng đầu là 2 và số hạng cuối là 65. Chọn khẳng định đúng

A. Tổng của các số hạng của cấp số cộng là 335.

B. Công sai của cấp số cộng bằng $1,4$.

C. Tổng của các số hạng của cấp số cộng là 671.

D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Câu 150. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{2}\\ u_{n+1}=u_n-2\end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n=\dfrac{1}{2}+2(n-1)$. **B.** $u_n=\dfrac{1}{2}-2(n-1)$. **C.** $u_n=\dfrac{1}{2}-2n$. **D.** $u_n=\dfrac{1}{2}+2n$.

Câu 151. Cho một cấp số cộng (CSC) có: $u_1=-0,1;\ d=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. Số hạng thứ 7 của (CSC) là $0,6$.

B. (CSC) không có hai số $0,5$ và $0,6$.

C. Số hạng thứ 6 của (CSC) là $0,5$.

D. Số hạng thứ 4 của (CSC) là $3,9$.

Câu 152. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=8;\ u_7=14$. Cấp số cộng trên có:

A. $u_5+u_7=26$. **B.** $u_6=3u_2$. **C.** $2u_3+4u_5=33$. **D.** $3u_5+u_2=41$.

Câu 153. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-3$ và tổng của 9 số hạng đầu tiên là $S_9=45$. Cấp số cộng trên có:

A. $S_{10}=92$. **B.** $S_{20}=980$. **C.** $S_3=-56$. **D.** $S_{16}=526$.

Câu 154. Cho cấp số cộng (u_n); S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của (u_n). Biết $S_5=25;\ S_{16}=160$. Khi đó: (u_n) có:

A. $d=1$. **B.** $u_1=3$. **C.** $d=\frac{10}{11}$. **D.** $u_1=\frac{83}{11}$.

Câu 155. Cho cấp số cộng (u_n) có 9 số hạng, biết tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 15, tổng của 4 số hạng cuối bằng 86. Cấp số cộng này có:

A. $d=2$. **B.** $u_1=3$. **C.** $d=3$. **D.** $u_1=4$.

Câu 156. Cho các dãy $(u_n);\ (s_n): u_n=1-3n;\ s_n=2^n$. Chọn khẳng định đúng

A. (u_n) và (s_n) là hai cấp số cộng.

B. (u_n) là cấp số cộng và (s_n) không phải là cấp số cộng.

C. (s_n) là cấp số cộng và (u_n) không phải là cấp số cộng.

D. (u_n) không là cấp số cộng và (s_n) không là cấp số cộng.

Câu 157. Cho các dãy $(v_n); (t_n): v_n=2n-1;\ t_n=n^2$. Chọn khẳng định đúng

A. (v_n) và (t_n) là hai cấp số cộng.

B. (v_n) là cấp số cộng và (t_n) không phải là cấp số cộng.

C. (t_n) là cấp số cộng và (v_n) không phải là cấp số cộng.

D. (v_n) không là cấp số cộng và (t_n) không là cấp số cộng.

Câu 158. Cho một cấp số cộng (CSC) có: $u_1=0,3;\ u_8=8$. Khẳng định nào sau đây là sai.

A. Số hạng thứ 2 của (CSC) là $1,4$. **B.** Số hạng thứ 3 của (CSC) là $2,5$.

C. Số hạng thứ 4 của (CSC) là $3,6$. **D.** Số hạng thứ 7 của (CSC) là $7,7$.

Câu 159. Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được dãy số có 5 số hạng.

A. $7;\ 12;\ 17$. **B.** $6;\ 10;\ 14$. **C.** $8;\ 13;\ 18$. **D.** $6;\ 12;\ 18$.

Câu 160. Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được dãy số có 6 số hạng.

A. $\frac{4}{3};\ \frac{5}{3};\ \frac{6}{3};\ \frac{7}{3}$. **B.** $\frac{4}{3};\ \frac{7}{3};\ \frac{10}{3};\ \frac{13}{3}$. **C.** $\frac{4}{3};\ \frac{7}{3};\ \frac{11}{3};\ \frac{14}{3}$. **D.** $\frac{3}{4};\ \frac{7}{4};\ \frac{11}{4};\ \frac{15}{4}$.

Câu 161. Cho dãy số (u_n) với: $u_n=7-2n$. Khẳng định nào sau đây là *sai*

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1=5;\ u_2=3;\ u_3=1$.

B. Số hạng thứ $n+1$ là $u_{n+1}=8-2n$.

C. Là cấp số cộng có $d=-2$.

D. Số hạng thứ 4 là $u_4=-1$.

Câu 162. Cho dãy số (u_n) với: $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng. **B.** Số hạng thứ $n+1: u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.

C. Hiệu: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$. **D.** Tổng của 5 số hạng đầu tiên là $S_5 = 12$.

Câu 163. Cho dãy số (u_n) với: $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là sai

A. Là cấp số cộng có $d = -2$. **B.** Là cấp số cộng có $d = 2$.

C. Số hạng thứ $n+1: u_{n+1} = 2n + 7$. **D.** Tổng của 4 số hạng đầu tiên là $S_4 = 40$.

Câu 164. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$.

Câu 165. Cho cấp số cộng: 6, x, -2, y. Hãy chọn kết quả đúng.

A. $x = 2,\ y = 5$. **B.** $x = 4,\ y = 6$. **C.** $x = 2,\ y = -6$. **D.** $x = 4,\ y = -6$.

Câu 166. Cho cấp số cộng (u_n) có $2u_4 - 3u_5 = 5$ và tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 15. Cấp số cộng này có u_8 bằng bao nhiêu:

A. -7. **B.** 7. **C.** 9. **D.** -9.

Câu 167. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -3$; $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. **B.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + (n-1)\frac{1}{2}$. **D.** $u_n = n\left[-3 + (n-1)\frac{1}{4}\right]$.

Câu 168. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -\frac{4}{5}$; $d = -\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $S_1 = \frac{5}{4}$. **B.** $S_1 = \frac{4}{5}$. **C.** $S_1 = -\frac{5}{4}$. **D.** $S_1 = -\frac{4}{5}$.

Câu 169. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$; $S_8 = 72$. Tính u_1

A. $u_1 = 16$. **B.** $u_1 = -16$. **C.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 170. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = 0,1$; $S_5 = -0,5$. Tính u_1

A. $u_1 = 0,3$. **B.** $u_1 = \frac{10}{3}$. **C.** $u_1 = -\frac{10}{3}$. **D.** $u_1 = -0,3$.

Câu 171. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$, $d = 2$, $S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng

A. $n = 20$. **B.** $n = 21$. **C.** $n = 22$. **D.** $n = 25$.

Câu 172. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \sqrt{2}$; $d = \sqrt{2}$; $S = 15\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng.

B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng.

C. S là tổng của 7 số hạng đầu của cấp số cộng.

D. S là tổng của 8 số hạng đầu của cấp số cộng.

Câu 173. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d

A. $u_n = u_n + d$.
B. $u_n = u_1 + (n+1)d$.
C. $u_n = u_1 - (n-1)d$.
D. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 174. Cho cấp số cộng hữu hạn (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$. Chọn khẳng định đúng

A. Nếu công sai $d = 4$ thì tổng của các số hạng của cấp số cộng là $S = 78$.
B. Nếu công sai $d = 2$ thì tổng của các số hạng của cấp số cộng là $S = 18$.
C. Nếu công sai $d = 6$ thì tổng của các số hạng của cấp số cộng là $S = 10$.
D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Câu 175. Xác định x để 3 số $1-x$; x^2; $1+x$ lập thành một cấp số cộng

A. Không có giá trị x. **B.** $x = \pm 2$. **C.** $x = \pm 1$. **D.** $x = 0$.

Câu 176. Xác định x để 3 số $1+2x$; $2x^2-1$; $-2x$ lập thành một cấp số cộng

A. $x = \pm\sqrt{3}$. **B.** $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** Không có giá trị x.

Câu 177. Xác định a để 3 số $1+3a$; a^2+5; $1-a$ lập thành một cấp số cộng

A. Không có giá trị a. **B.** $a = 0$. **C.** $a = \pm 1$. **D.** $a = \pm\sqrt{2}$.

Câu 178. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$.
B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$.
D. $a^2 - c^2 = ab - bc$.

Câu 179. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ca$.
B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.
D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$.

Câu 180. Cho a, b, c lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng

A. $2b^2$, a^2, c^2. **B.** $-2c$, $-4b$, $-2a$. C $2b$, a, c. **D.** $2b$, $\frac{a}{2}$, $-c$.

Câu 181. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tìm u_1; d của cấp số cộng?

A. $u_1 = -20$; $d = -3$.
B. $u_1 = -22$; $d = 3$.
C. $u_1 = -21$; $d = 3$.
D. $u_1 = -21$; $d = -3$.

Câu 182. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S = 24$. **B.** $S = -24$. **C.** $S = 26$. **D.** $S = -25$.

Câu 183. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng

A. $u_1 = -35$, $d = -5$.
B. $u_1 = -35$, $d = 5$.
C. $u_1 = 35$, $d = -5$.
D. $u_1 = 35$, $d = 5$.

Câu 184. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$; $u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S = 200$. **B.** $S = -200$. **C.** $S = 250$. **D.** $S = -25$.

Câu 185. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20$; $u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1; d

A. $u_1 = 20$; $d = -7$.
B. $u_1 = 20,5$; $d = 7$.
C. $u_1 = 20,5$; $d = -7$.
D. $u_1 = 20,5$; $d = -7$.

Câu 186. Cho cấp số cộng: -2; -5; -8; -11; -14,;...Tìm d và tổng của 20 số hạng đầu tiên

A. $d=3$; $S_{20}=510$.
B. $d=-3$; $S_{20}=-610$.
C. $d=-3$; $S_{20}=610$.
D. $d=3$; $S_{20}=610$.

Câu 187. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25°.Tìm 2 góc còn lại

A. $65°$; $90°$.
B. $75°$; $80°$.
C. $60°$; $95°$.
D. $60°$; $90°$.

Câu 188. Cho tứ giác $ABCD$ biết (s_n) góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc $\widehat{A}$ bằng 30°. Tìm các góc còn lại

A. $75°$; $120°$; $165°$.
B. $72°$; $114°$; $156°$.
C. $70°$; $110°$; $150°$.
D. $80°$; $110°$; $135°$.

Câu 189. Cho dãy số (u_n): $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{5}{2}$;....Khẳng định nào sau đây *sai*

A. (u_n) là một cấp số cộng.
B. Dãy số là một cấp số cộng có $d=-1$.
C. Số hạng $u_{20}=19,5$.
D. Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180.

Câu 190. Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1=\frac{1}{3}$; $d=-\frac{2}{3}$.
B. (u_n) là cấp số cộng có $u_1=\frac{1}{3}$; $d=\frac{2}{3}$.
C. (u_n) không phải là cấp số cộng.
D. (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Câu 191. Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{1}{n+2}$. Khẳng định nào sau đây *sai*

A. Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1=\frac{1}{2}$; $u_n=\frac{1}{n+2}$.
B. Dãy số (u_n) là một dãy số giảm dần.
C. Dãy số (u_n) là một cấp số cộng.
D. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi $M=\frac{1}{2}$.

Câu 192. Cho dãy số (u_n) có $u_n=\frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây ***sai***

A. Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1=\frac{1}{3}$; $d=\frac{2}{3}$.
B. Số hạng thứ $n+1$: $u_{n+1}=\frac{(2n+1)^2-1}{3}$.
C. Hiệu $u_{n+1}-u_n=\frac{2(2n+1)}{3}$.
D. Không phải là một cấp số cộng.

Vấn đề 4. CẤP SỐ NHÂN

① **Định nghĩa**:

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q *gọi là công bội.*

$$u_{n+1} = u_n.q \ \ (q: \text{công bội};\ n \in \mathbb{N}^*)\ (1)$$

Đặc biệt: *Khi* $q = 0$, *cấp số nhân là* $u_1; 0; 0; 0; \ldots$

Khi $q = 1$, *cấp số nhân là* $u_1; u_1; u_1; u_1; \ \ldots$

Khi $u_1 = 0$, *cấp số nhân là* $0; 0; 0; 0; \ldots$ *(với mọi* q *)*

② **Số hạng tổng quát**: $u_n = u_1.q^{n-1}\ (n \ge 2)\ (2)$

③ **Tính chất các số hạng của cấp số nhân**:

Trong một cấp số nhân. Mỗi số hạng kể từ số hạng thứ hai (và trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữa hạn), đều có bình phương là tích của hai số hạng kề bên nó, tức là:

$$u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1} \text{ hay } u_k = \sqrt{u_{k-1}.u_{k+1}}\ (k \ge 2)\ (3)$$

④ **Tổng n số hạng đầu của cấp số nhân**:

Cho cấp số nhân (u_n) *với công bội* $q \ne 1$.

Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$. *Khi đó:* $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ (4)

Nếu $q = 1$ thì $S_n = nu_1$. (5)

⑤ **Các số hạng liên tiếp:**

- *Nếu cấp số nhân có lẻ số hạng thì:* $\ldots; \dfrac{x}{a};\ x;\ xa;\ \ldots$
- *Nếu cấp số nhân có chẵn số hạng thì:* $\ldots \dfrac{x}{a^3}; \dfrac{x}{a}; xa;\ xa^3; \ldots$

Dạng 1. Tìm các phần tử của một cấp số nhân (u_n)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Muốn xác định một cấp số nhân, ta chỉ cần xác định một số hạng và công bội của nó.

❖ *Ở dạng đơn giản, ta có thể trực tiếp tìm bằng cách chuyển về xác định* u_1 *và công sai* d *:*

$$u_2 = u_1q; u_3 = u_1q^2; u_4 = u_1q^3; \ldots; u_n = u_1q^{n-1}$$

❖ *Trong một số trường hợp, để đơn giản hơn ta thường là như sau:*

1) *Nếu số số hạng là số lẻ: ta đặt x là số chính giữa,* ***q là công bội****. Ví dụ:*

☞ *Cấp số cộng có 3 số hạng:* $\dfrac{x}{q}; \boldsymbol{x};\ q.x$

☞ *Cấp số cộng có 5 số hạng:* $\dfrac{x}{q^2}; \dfrac{x}{q}; \boldsymbol{x};\ q.x;\ q^2.x$

2) *Nếu số số hạng là số chẵn:* ***q² là công sai****. Thí dụ:*

☞ *Cấp số cộng có 4 số hạng:* $\dfrac{x}{q^3}; \dfrac{x}{q}; \boldsymbol{q.x};\ q^3x$

☞ *Cấp số cộng có 6 số hạng:* $\dfrac{x}{q^5}; \dfrac{x}{q^3}; \dfrac{x}{q}; \boldsymbol{q.x};\ q^3x;\ q^5x$

→ *Từ các cách đặt ở trên, dựa vào các điều kiện của đề bài ta xác định được cấp số nhân.*

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 30. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_4 - u_2 = 72$ và $u_5 - u_3 = 144$. Tìm số hạng đầu tiên và công bội.

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 31. Một cấp số nhân có 5 số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số hạng dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng $\frac{1}{16}$. Hãy tìm cấp số nhân đó.

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 32. Tìm ba số hạng liên tiếp a, b, c của 1 cấp số nhân biết $a+b+c=14$ và $abc=64$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 96. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp sống nhân (u_n), biết

a) $\begin{cases} u_5 - u_1 = 15 \\ u_4 - u_2 = 6 \end{cases}$.   b) $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_3 + u_5 = 240 \end{cases}$.   c) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$.   d) $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases}$.

Bài 97. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp sống nhân (u_n), biết

a) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49\left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5}\right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$.   b) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1.u_2.u_3 = 64 \end{cases}$.

Bài 98. Tìm công bội của cấp sống nhân (u_n), biết

a) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$.   b) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$.

Dạng 2. Xác định số hạng tổng quát của một cấp số nhân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để xác định số hạng tổng quát của một cấp số nhân, ta sử dụng công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}$.
Tức là đi xác định số hạng đầu và công bội q.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 33. Tìm số hạng tổng quát của một cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_3 = -5$ và $u_6 = 135$

Ví dụ 34. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 15$, $u_6 < 0$. Xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân đó.

Dạng 3. Ứng dụng các tính chất của một cấp số nhân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Câu hỏi thường đặt ra là: "Cho ba số a, b, c *lập thành cấp số nhân, chứng minh tính chất* K*", khi đó ta thực hiện theo các bước sau:*

Bước 1. *Từ giả thiết* a, b, c *lập thành cấp số nhân, ta được:* $a.c = b^2$

Bước 2. *Chứng minh tính chất* K.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 35. Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số nhân. CMR: $(a^2+b^2)(b^2+c^2) = (ab+bc)^2$

Ví dụ 36. Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tìm x và y.

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 37. Tìm x để ba số $x-2$, $x+4$, $x+2$ lập thành một cấp số nhân.

....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 99. Tìm các số dương x, y sao cho $2x+1$, $2x-y$, $2y+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $(y+3)^2$, $xy+4$, $(x-1)^2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tìm x và y.

Bài 100. Chứng minh rằng nếu a, b, c lập thành một cấp số nhân khi và chỉ khi $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ lập thành một cấp số nhân.

Bài 101. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Chứng minh rằng

a) $a^2-4ab+8bc+4c^2=(a-2b-2c)^2$. b) $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$.

Dạng 4. Chứng minh ba số (dãy số) lập thành một cấp số nhân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Để chứng minh ba số a, b, c lập thành một cấp số nhân ta đi chứng minh: $a.c=b^2$*
- *Để chứng minh dãy số $u_1,u_2,u_3,\ldots,u_{n-1},u_n$ lập thành cấp số nhân, ta chứng minh:*

$$\frac{u_2}{u_1}=\frac{u_3}{u_2}=\ldots=\frac{u_n}{u_{n-1}}=q \ \ (q: \text{công sai})$$

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 38. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1=1$ và $u_{n+1}=5.u_n+8, \forall n\ge 1$.

a) Chứng minh rằng dãy số (v_n), với $v_n=u_n+2$ là cấp số nhân. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân đó.

b) Dựa vào kết quả phần a), hãy tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n).

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 39. Cho ba số $\frac{2}{b-a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{2}{b-c}$ lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a, b và c lập thành một cấp số nhân.

....
....
....
....
....
....
....

Dạng 5. Tính tổng

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- *Thông thường bài toán được chuyển tính tổng của một cấp số nhân.*
- *Sử dụng các công thức tính S_n:* $\boxed{S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}}$. *Sau đó tìm được u_1, q và n.*
- ***Đối với cấp số nhân lùi vô hạn:***
  - ✓ *Trước tiên ta xét xem cấp số nhân có lùi vô hạn hay khôn. Nếu có ta xét tiếp xem $|q| < 1$ không ?*
  - ✓ *Nếu $|q| < 1 \Rightarrow$ tính tổng* $\boxed{S_n = \frac{u_1}{1-q}}$.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 40. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết rằng số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 41. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết rằng số hạng đầu bằng $\frac{1}{256}$, số hạng thứ hai bằng $-\frac{1}{512}$ và số hạng cuối bằng $\frac{1}{1048576}$.

Ví dụ 42. Tính tổng $S = 2 + 6 + 18 + ... + 13122$.

Ví dụ 43. [NC] Tính tổng $S = 1 + 11 + 111 + 1111 + ... + \underbrace{111...1}_{\text{n số 1}}$.

Ví dụ 44. Tính tổng $S = 8 - 4 + 2 - 1 + ...$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 102. Cho cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$.

a) Tìm số hạng đầu tiên và công bội.

b) Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên.

c) Tổng của bao nhiêu số hạng đầu sẽ bằng 765.

d) Số 12288 là số hạng thứ mấy ?

Bài 103. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp sống nhân (u_n), biết

a) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ S_8 = \dfrac{3^8 - 1}{2} \end{cases}$.

b) $\begin{cases} S_4 = 40 \\ S_8 = 680 \end{cases}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP CHỦ ĐỀ 4

Bài 104. Cho cấp số nhân (u_n) có: $u_5 = 96$, $u_6 = 192$.

a) Tìm u_1, q.

b) Tìm S_4.

Bài 105. Tính số hạng u_n trong các cấp số nhân dưới đây:

a) $1; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{9}, \ldots$. Tính u_8.

b) $2; -4; 8; \ldots$.Tính u_{11}.

Bài 106. Cho cấp số nhân (u_n) có:

a) $u_1 = 2, u_{11} = 64$. Tìm q.

b) $u_3 = 18, u_6 = -486$. Tìm u_1, q, S_6.

c) $u_1 = 2$, $q = 3, u_n = 486$. Tìm n.

d) $q = 2, S_7 = 384$. Tìm u_2.

e) $u_1 = 3, q = -2$. Tìm S_6.

f) $q = 2, u_7 = 192$. Tìm S_4.

Bài 107. Tính tổng sau:

a) $S = 3 + 33 + \ldots + \underbrace{333\ldots3}_{n \text{ số } 3}$

b) $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \ldots + 100.2^{99}$

Bài 108. Cho dãy số (u_n) định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 1 \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$. Tính u_n theo n.

Bài 109. Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n - 4} \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ và (v_n): $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n + 2}$.

a) Chứng minh (v_n) là một cấp số nhân.

b) Tính v_n và u_n theo n.

Bài 110. Tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 3^n - 1$.

a) Tính u_n theo n.

b) Chứng minh dãy số (u_n) là cấp số nhân.

Bài 111. Xác định u_1 và q của một cấp số nhân khi biết:

a) $\begin{cases} u_6 = 3 \\ u_9 = -81 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_5 - u_3 = 144 \\ u_4 - u_2 = 72 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_5 - u_4 = -72 \\ u_7 - u_4 = -216 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$ e) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases}$ f) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 315 \end{cases}$

g) $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20 \end{cases}$ h) $\begin{cases} u_1 + u_6 = 244 \\ u_3 + u_4 = 36 \end{cases}$ i) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_2^2 = 85 \end{cases}$

Bài 112. Tìm các số hạng của cấp số nhân sau:

a) Có 6 số hạng mà số hạng đầu là 1 và số hạng cuối là 128.

b) Có 5 số hạng mà số hạng đầu là 3 và số hạng cuối là 243.

c) Có 6 số hạng mà số hạng đầu là 243 và số hạng cuối là 1.

d) Có 5 số hạng công bội bằng $\dfrac{1}{4}$ số hạng thứ nhất, tổng của 2 số hạng đầu bằng 21.

e) Có 6 số hạng, 3 số hạng đầu có tổng bằng 168, 3 số hạng cuối có tổng bằng 21.

f) Có 3 số hạng, tổng của chúng bằng 14 và tích của chúng bằng 64.

Bài 113. Tìm cấp số nhân có 5 số hạng dương. Biết rằng:

a) $\begin{cases} u_1.u_5 = 25 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 31 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 164 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 78 \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_1.u_5 + u_2.u_3.u_4 = 12 \\ u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = \dfrac{242}{9} \end{cases}$

Bài 114. Tìm bốn góc của một tứ giác, biết rằng các góc đó lập thành một cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai.

Bài 115. Tính các cạnh của một hình hộp chữ nhật, biết rằng thể tích của nó bằng a^3, diện tích toàn phần của nó bằng $2a^2$ và ba cạnh lập thành một cấp số nhân.

Bài 116. Cho 3 số $a, b, c > 0$ lập thành cấp số nhân. Chứng minh: $(a+b+c)(a-b+c) = a^2 + b^2 + c^2$

__**Áp dụng**__: Tìm 3 số hạng của cấp số nhân biết tổng của chúng bằng 14 và tổng bình phương của chúng bằng 84.

Bài 117. Tìm CSN a, b, c biết $a < b < c$, $a.b.c = 216$ và $a + b + c = 19$.

Bài 118. Cho ba số: $\dfrac{2}{b-a}$; $\dfrac{1}{b}$; $\dfrac{2}{b-c}$ lập thành cấp số cộng. Chứng minh: a, b, c lập thành cấp số nhân.

Bài 119. Cho 3 số a, b, c lập thành cấp số nhân. Chứng minh:

a) $(ab+bc+ca)^3 = abc(a+b+c)^3$ b) $(a^2+b^2)(b^2+c^2) = (ab+bc)^2$

Bài 120. Tổng 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng bằng 21. Nếu số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành cấp số nhân. Tìm cấp số cộng ấy.

Bài 121. Cho 3 số 1; 9; 33. Tìm một số x phải cộng thêm vào 3 số trên để 3 số mới lập thành một cấp số nhân.

Bài 122. Ba số khác nhau lập thành một cấp số cộng có tổng là 6. Bình phương ba số ấy lập thành một cấp số nhân. Tìm cấp số cộng đó.

Bài 123. Tìm 3 số tạo thành một cấp số nhân, biết rằng tổng của chúng bằng 91. Nếu lần lượt thêm các số 25; 27; 1 vào 3 số đó ta được ba số mới lập thành một cấp số cộng.

Bài 124. ΔABC vuông tại A có độ dài 3 cạnh a, b, c lập thành một cấp số nhân và tích độ dài của chúng là 8. Xác định độ dài 3 cạnh của ΔABC.

Bài 125. Cho $a,b>0$. Đặt thêm 5 số giữa hai số $\frac{a}{b^2}$; $\frac{b}{a^2}$ để được cấp số nhân.

Bài 126. Cho a, b, c, d theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Chứng minh rằng

a) $(b-c)^2+(c-a)^2+(d-b)^2=(a-d)^2$.

b) $(ab+bc+cd)^2=(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$.

c) $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=a^3+b^3+c^3$.

Bài 127. Cho ba số $\frac{2}{b-a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{2}{b-c}$ $(b\neq 0,\ b\neq a,\ b\neq c)$ tạo thành cấp số cộng. Chứng minh a, b, c tạo thành cấp số nhân.

Bài 128. Tìm 2 số a, b dương biết:

a) $\begin{cases}1, a, b \text{ là cấp số cộng}\\ 1, a^2, b^2 \text{ là cấp số nhân}\end{cases}$

b) $\begin{cases}a, b, 9 \text{ là cấp số cộng}\\ a, b, 12 \text{ là cấp số nhân}\end{cases}$

c) $\begin{cases}4, a+8, b \text{ là cấp số cộng}\\ 4, a, b \text{ là cấp số nhân}\end{cases}$

d) $\begin{cases}a, a+2b, 2a+b \text{ là cấp số cộng}\\ (b+1)^2, ab+5, (a+1)^2 \text{ là CSN.}\end{cases}$

Bài 129. Tìm 3 số a, b, c biết:

a) $\begin{cases}a+b+c=30\\ a, b, c \text{ là cấp số cộng}\\ a, c, b \text{ là cấp số nhân}\end{cases}$

b) $\begin{cases}a, b, c \text{ là cấp số cộng}\\ a^2, b^2, c^2 \text{ là cấp số nhân}\end{cases}$

c) $\begin{cases}a+b+c=91\\ a, b, c \text{ là cấp số nhân}\\ a+25, b+27, c+1 \text{ là CSC.}\end{cases}$

d) $\begin{cases}a+b+c=52\\ a, b, c \text{ là cấp số nhân}\\ a+1, b+10, c+3 \text{ là CSC.}\end{cases}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỦ ĐỀ 4

Câu 193. Cho dãy số: $-1;\ 1;\ -1;\ 1;\ -1;\ \ldots$ Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân.

B. Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$.

C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1=-1;\ q=-1$.

D. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Câu 194. Cho dãy số: $1;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{8};\ \frac{1}{16};\ldots$. Khẳng định nào sau đây là sai

A. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1=1;\ q=\frac{1}{2}$.

B. Số hạng tổng quát $u_n=\frac{1}{2^{n-1}}$.

C. Số hạng tổng quát $u_n=\frac{1}{2^n}$.

D. Dãy số này là dãy số giảm.

Câu 195. Cho cấp số nhân: $-\frac{1}{5};\ a;\ -\frac{1}{125}$. Giá trị của a là

A. $a=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $a=\pm\frac{1}{25}$.

C. $a=\pm\frac{1}{5}$.

D. $a=\pm 5$.

Câu 196. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2} \,.\, u_n \end{cases}$. **C.** $u_n = n^2 + 1$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 1;\ u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1}.u_n \end{cases}$.

Câu 197. Cho dãy số: $-1;\ x;\ 0,64$. Chọn x để dãy số đã cho lập thành cấp số nhân?

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x = -0,008$.
C. $x = 0,008$. **D.** $x = 0,004$.

Câu 198. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $u_n = \dfrac{1}{4^n} - 1$. **B.** $u_n = \dfrac{1}{4^{n-2}}$. **C.** $u_n = n^2 + \dfrac{1}{4}$. **D.** $u_n = n^2 - \dfrac{1}{4}$.

Câu 199. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $u_n = \left(-\dfrac{1}{4}\right)^n$ là cấp số tăng. **B.** $u_n = \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ là cấp số tăng.
C. $u_n = 4^n$ là cấp số tăng. **D.** $u_n = (-4)^n$ là cấp số tăng.

Câu 200. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \dfrac{1}{10^n}$ là dãy số giảm. **B.** $u_n = \dfrac{-3}{10^n}$ là dãy số giảm.
C. $u_n = 10^n$ là dãy số giảm. **D.** $u_n = (-10)^n$ là dãy số giảm.

Câu 201. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. Cấp số nhân: $-2;\ -2,3;\ -2,9;\ldots$ có $u_6 = (-2)\left(-\dfrac{1}{3}\right)^5$.

B. Cấp số nhân: $2;\ -6;\ 18;\ldots$ có $u_6 = 2(-3)^6$.

C. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;\ldots$ có $u_6 = -2\sqrt{2}$.

D. Cấp số nhân: $-1;\ -\sqrt{2};\ -2;\ldots$ có $u_6 = -4\sqrt{2}$.

Câu 202. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q. Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $u_k = \sqrt{u_{k+1}.u_{k+2}}$. **B.** $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.
C. $u_k = u_1 q^{k-1}$. **D.** $u_k = u_1 + (k-1)q$.

Câu 203. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -\dfrac{1}{10}.u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $q = \dfrac{1}{10}$. **B.** $u_n = (-2)\dfrac{1}{10^{n-1}}$.
C. $u_n = \dfrac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}\ (n \geq 2)$. **D.** $u_n = \sqrt{u_{n-1}.u_{n+1}}\ \ (n \geq 2)$.

Câu 204. Xác định x để 3 số $2x-1;\ x,\ 2x+1$ lập thành một cấp số nhân:

A. $x = \pm\dfrac{1}{3}$. **B.** $x = \pm\sqrt{3}$.
C. $x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Câu 205. Xác định x để 3 số $x-2;\ x+1;\ 3-x$ lập thành một cấp số nhân:

A. Không có giá trị nào của x. **B.** $x=\pm 1$.

C. $x=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 206. Cho dãy số (u_n): $1;\ x;\ x^2;\ x^3;\ldots$ (với $x\in\mathbb{R};\ x\neq 1;\ x\neq 0$). Chọn mệnh đề đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $u_n=x^n$.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_1=1,\ q=x$.

C. (u_n) không phải là cấp số nhân.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Câu 207. Cho dãy số (u_n): $x;\ -x^3;\ x^5;\ -x^7;\ldots$ (với $x\in\mathbb{R},\ x\neq 1,\ x\neq 0$). Chọn mệnh đề *sai*:

A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_n=(-1)^{n-1}x^{2n-1}$.

C. (u_n) có tổng $S_n=\dfrac{x\left(1-x^{2n-1}\right)}{1-x^2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có $u_1=x;\ q=-x^2$.

Câu 208. Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $1;\ 0,2;\ 0,04;\ 0,0008;\ldots$. **B.** $2;\ 22;\ 222;\ 2222;\ \ldots$.

C. $x;\ 2x;\ 3x;\ 4x;\ \ldots$ **D.** $1;\ -x^2;\ x^4;\ -x^6;\ \ldots$.

Câu 209. Cho cấp số nhân có $u_1=3,\ q=\dfrac{2}{3}$. Chọn kết quả đúng:

A. 4 số hạng tiếp theo của cấp số là: $2;\ \dfrac{4}{3};\ \dfrac{8}{3};\ \dfrac{16}{3};\ldots$. **B.** $u_n=3.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$.

C. $S_n=9.\left(\dfrac{2}{3}\right)^n-9$. **D.** (u_n) là một dãy số tăng dần.

Câu 210. Cho cấp số nhân có $u_1=-3;\ q=\dfrac{2}{3}$. Tính u_5 ?

A. $u_5=\dfrac{-27}{16}$. **B.** $u_5=\dfrac{-16}{27}$. **C.** $u_5=\dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5=\dfrac{27}{16}$.

Câu 211. Cho cấp số nhân có $u_1=-3;\ q=\dfrac{2}{3}$. Số $\dfrac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5. **B.** Thứ 6.

C. Thứ 7. **D.** Không phải là số hạng của cấp số.

Câu 212. Cho cấp số nhân có $u_2=\dfrac{1}{4};\ u_5=16$. Tìm q và u_1.

A. $q=\dfrac{1}{2};\ u_1=\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=-\dfrac{1}{2};\ u_1=-\dfrac{1}{2}$.

C. $q=4;\ u_1=\dfrac{1}{16}$. **D.** $q=-4;\ u_1=-\dfrac{1}{16}$.

Câu 213. Cho dãy số (u_n), biết $u_n=3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng

A. 3^n+1. **B.** 3^n+3. **C.** $3^n.3$. **D.** $3(n+1)$.

Câu 214. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng

A. 2.3^n. **B.** 9^n. **C.** $3^n + 3$. **D.** $6n$.

Câu 215. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n-1} bằng

A. $3^n - 1$. **B.** $\frac{1}{3}.3^n$. **C.** $3^n - 3$. **D.** $3n - 1$.

Câu 216. Ta có $u_{n-1} = 3^{n-1} = \frac{1}{3}.3^n$. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n-1} bằng

A. $3^n - 1$. **B.** $\frac{1}{3}.3^n$. **C.** $3^n - 3$. **D.** $3n - 1$.

Câu 217. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n-1} bằng

A. $3^2.3^n - 1$. **B.** $3^n.3^{n-1}$. **C.** $3^{2n} - 1$. **D.** $3^{2(n-1)}$.

Câu 218. Cho cấp số nhân $-4,\ x,\ -9$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $x = 36$. **B.** $x = -6,5$. **C.** $x = \pm 6$. **D.** $x = -36$.

Câu 219. Trong các dãy số cho bởi các công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$. **D.** $7,\ 77,\ 777,\ ...,\ \underbrace{777...7}_{n \text{ ch÷ sè } 7}$.

Câu 220. Cho cấp số nhân (u_n) có: $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Khi đó tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1 - 3^{1000}}{4}$. **B.** $\frac{3^{1000} - 1}{2}$. **C.** $\frac{3^{1000} - 1}{6}$. **D.** $\frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

Câu 221. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 3,\ u_2 = -6$. Hãy chọn kết quả đúng.

A. $u_5 = -24$. **B.** $u_5 = 48$. **C.** $u_5 = -48$. **D.** $u_5 = 24$.

Câu 222. Cho cấp số nhân: $-2,\ x,\ -18,\ y$. Hãy chọn kết quả đúng.

A. $x = 6,\ y = -54$. **B.** $x = -10,\ y = -26$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = -6;\ y = -54 \\ x = 6;\ y = 54 \end{array}\right.$. **D.** $x = -6,\ y = 54$.

Câu 223. Cho dãy số (u_n), với $u_n = 3^n$. Hãy chọn hệ thức đúng.

A. $\frac{u_1 + u_9}{2} = u_5$. **B.** $\frac{u_2.u_4}{2} = u_3$.

C. $1 + u_1 + u_2 + ... + u_{100} = \frac{u_{100} - 1}{2}$. **D.** $u_1.u_2..........u_{100} = u_{5050}$.

Câu 224. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = 12$ và $x_n = \frac{x_{n-1}}{3}$ với mọi $n = 2,\ 3,\ 4...$

Tổng 15 số hạng đầu của dãy (x_n) là

A. $\frac{28697812}{1594323}$. **B.** $\frac{28697813}{1594323}$. **C.** $\frac{28697813}{1594324}$. **D.** $\frac{7174453}{398581}$.

Câu 225. Cho cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2, số hạng thứ hai là 1. Ba số hạng tiếp theo là

A. $3;\ 9;\ 27$. **B.** $\frac{1}{3};\ \frac{1}{9};\ \frac{1}{27}$. **C** $\frac{1}{4};\ \frac{1}{8};\ \frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{8}$.

Câu 226. Cho cấp số nhân đơn điệu có 7 số hạng với số hạng đầu là 3, số hạng cuối là 192. Số hạng thứ tư của cấp số nhân này là bao nhiêu

A. -24. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 96.

Câu 227. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3;\ u_4 = 24$. Chọn khẳng định đúng.

A. $u_2 = 6;\ u_3 = 8$. **B.** $u_2 = 4;\ u_3 = 8$.

C. $u_2 = 6;\ u_3 = 12$. **D.** $u_2 = 12;\ u_3 = 20$.

Câu 228. Cho cấp số nhân (u_n) có 10 số hạng, biết $u_2 = 1$ và $u_3 = 3$. Năm số hạng cuối cùng của cấp số nhân trên là

A. $729;\ 2187;\ 6561;\ 19683;\ 59049$.

B. $27;\ 81;\ 243;\ 729;\ 2187$.

C. $81;\ 243;\ 2187;\ 6561$.

D. $243;\ 729;\ 2187;\ 6561;\ 19683$.

Câu 229. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn: $u_4 - u_2 = 25;\ u_3 - u_1 = 50$. Cấp số nhân trên có:

A. $u_1 = \frac{200}{3}$. **B.** $u_1 = -\frac{200}{3}$. **C.** $q = -\frac{1}{2}$. **D.** $u_2 = \frac{100}{3}$.

Câu 230. Cho cấp số nhân (u_n) tăng, có $u_1 + u_4 = 27,\ u_2.u_3 = 72$.Cấp số nhân này có u_7 bằng

A. 129. **B.** 192. C 291. **D.** 191.

Câu 231. Cho cấp số nhân: $u_1,\ u_2,\ u_3$ biết $u_1u_2u_3 = 8000$. Giá trị u_2 bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 232. Cho cấp số nhân $x,\ y,\ z$ biết tổng $x + y + z = 26,\ x^2 + y^2 + z^2 = 364$.Khi đó giá trị của y bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 233. Cho cấp số nhân tăng (u_n) gồm bảy số hạng, biết tổng 3 số hạng đầu tiên bằng 7, tổng 3 số hạng cuối cùng bằng 112. Chọn khẳng định đúng :

A. (u_n) có công bội bằng 3. **B.** (u_n) có số hạng đầu bằng 2.

C. (u_n) có $u_3 = 10$. **D.** (u_n) có tổng các số hạng bằng 127.

Câu 234. Cho cấp số nhân vô hạn (u_n) có $u_1 = 5$, công bội q là số nguyên dương. Số 45 là một số hạng của dãy. Chọn khẳng định đúng:

A. 45 là số hạng thứ 4 của dãy. **B.** $u_2 = 20$.

C. Công bội của cấp số nhân bằng 3. **D.** Công bội của cấp số nhân bằng 4.

Câu 235. Cho cấp số nhân (u_n) có 10 số hạng khác nhau. Biết rằng tổng tất cả các số hạng gấp 3 lần tổng các số hạng có thứ tự lẻ. Công bội cấp số nhân này bằng.

A. $q = 4$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = 3$. **D.** $q = 6$.

Câu 236. Cho hai dãy số $(u_n),(v_n)$: $u_n = 4.5^{n-1};\ v_n = n^2$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng.

A. $(u_n),\ (v_n)$ là hai cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân, (v_n) không phải là cấp số nhân.

C. (u_n) khônglà cấp số nhân, (v_n) là cấp số nhân.

D. (u_n) không là cấp số nhân, (v_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 237. Cho hai dãy số (s_n), (t_n): $s_n = \dfrac{1}{n^2+1}$; $t_n = 4.3^{n+1}$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng.

A. (s_n), (t_n) là hai cấp số nhân.

B. (s_n) là cấp số nhân, (t_n) không phải là cấp số nhân.

C. (s_n) không là cấp số nhân, (t_n) là cấp số nhân.

D. (s_n) khônglà cấp số nhân, (t_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 238. Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên tính bởi công thức $S_n = 3^n - 1$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng.

A. $u_6 = 2.3^6$ **B.** $u_7 = 2.3^8$. **C.** $u_{10} = 2.3^9$. **D.** $u_{11} = 2.3^{12}$.

Câu 239. Cho hai dãy số (u_n), (v_n): $u_n = 2.3^n + 1$; $v_n = n^2$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng.

A. (u_n), (v_n) là hai cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân, (v_n) không phải là cấp số nhân.

C (u_n) khônglà cấp số nhân, (v_n) là cấp số nhân.

D. (u_n) khônglà cấp số nhân, (v_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 240. Cho dãy (t_n) có tổng n số hạng đầu tiên tính bởi công thức $S_n = 2^n - 1$ với mọi số nguyên dương n. Dãy (h_n) được xác định bởi công thức $h_n = 2^n - 1$ Chọn khẳng định đúng.

A. (t_n), (h_n) là hai cấp số nhân.

B. (t_n) là cấp số nhân, (h_n) không phải là cấp số nhân.

C. (t_n) không là cấp số nhân, (h_n) là cấp số nhân.

D. (t_n) khônglà cấp số nhân, (h_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 241. Cho dãy (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên tính bởi công thức $S_n = 4^n + m$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng.

A. (u_n) là cấp số nhân với mọi m.

B. (u_n) là cấp số nhân khi và chỉ khi m dương.

C. (u_n) là cấp số nhân khi và chỉ khi m âm.

D. Các khẳng định trên đều sai.

Câu 242. Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 4u_n + m \end{cases}$ với mọi số nguyên dương n. Chọn khẳng định đúng

A. (u_n) là cấp số nhân với mọi m.

B. (u_n) là cấp số nhân khi và chỉ khi $m = 0$.

C. (u_n) là cấp số nhân khi và chỉ khi $m \neq 0$.

D. Các khẳng định trên đều sai.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	B	B	B	B	C	A	C	B	C	C	A	C	D	C	D	C	D	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	D	D	C	A	B	C	9	A	A	A	C	A	C	B	B	B	D	D

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	A	C	D	C	A	C	B	B	C	B	B	B	A	B	C	B	D	B	B

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	A	A	C	A	A	A	A	D	A	A	A	A	A	D	A	D	C	B	B

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
B	D	D	A	A	D	C	A	A	A	C	C	B	A	A	B	D	B	D	A

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	C	B	B	D	A	B	C	B	A	A	C	B	B	C	B	B	A	D	B

121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
B	D	C	C	A	C	B	B	C	C	C	D	D	B	A	A	D	A	D	B

141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
D	B	A	C	C	A	C	C	A	B	B	B	B	C	C	B	B	D	A	B

161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
B	C	A	4	C	A	C	D	A	D	D	A	D	D	C	B	B	B	C	B

181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
C	A	B	C	C	B	C	C	C	B	A	A	C	C	B	B	A	B	C	A

201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
D	C	D	C	A	6	7	D	B	B	B	C	C	B	B	B	B	C	B	D

221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
B	C	D	A	D	B	C	C	B	B	C	D	D	C	B	6	C	C	D	B

241	242	243	2244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
D	A																		

Tài liệu tham khảo:

[1] Trần Văn Hạo - *Đại số 11 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[2] Trần Văn Hạo - *Bài tập Đại số 11 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[3] Trần Văn Hạo - *Đại số 11 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[4] Trần Văn Hạo - *Bài tập Đại số 11 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[5] Nguyễn Phú Khánh - *Phân dạng và phương pháp giải các chuyên đề Đại Số Và Giải Tích 11.*

[6] Một số tài liệu trên internet.

MỤC LỤC

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC
DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA – 098 373 4349

Chuyên: **TOÁN**

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN – Lớp: 11 và THPTQG

Năm học 2017-2018

1. *Tài liệu TOÁN 11 theo chủ đề (8 chủ đề)*
2. *Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 1*
3. *Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 2*

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ